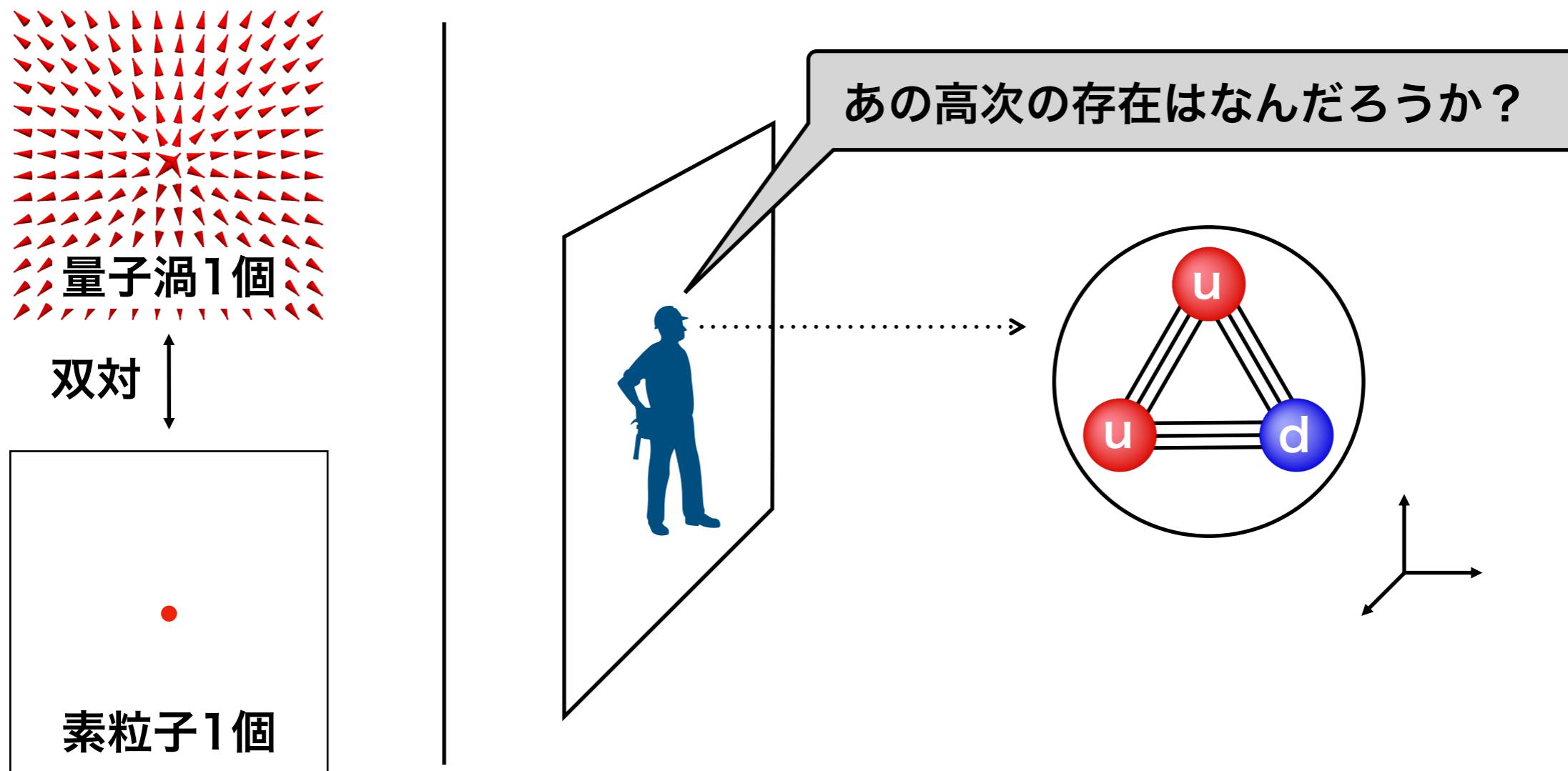


多成分BEC系の量子渦分子の散乱
と
擬似QCDハドロンの散乱シミュレーション

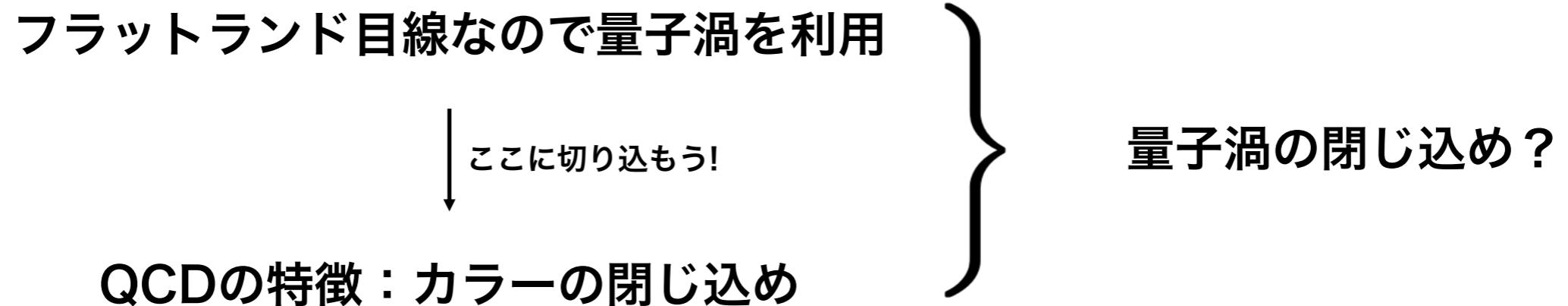
衛藤 稔 (山形大理)

池野一樹 (山形大→企業) ・新田宗土 (慶應大学)

フラットランド（時間1次元+空間2次元）の面白い特徴



フラットランドの住人がQCDの何かを理解したいと思ったら何が出来るだろう？



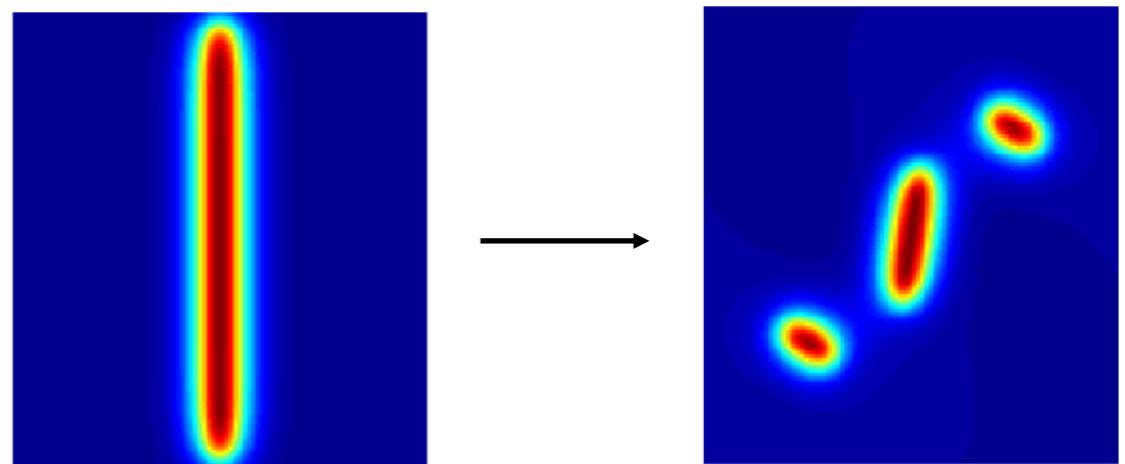
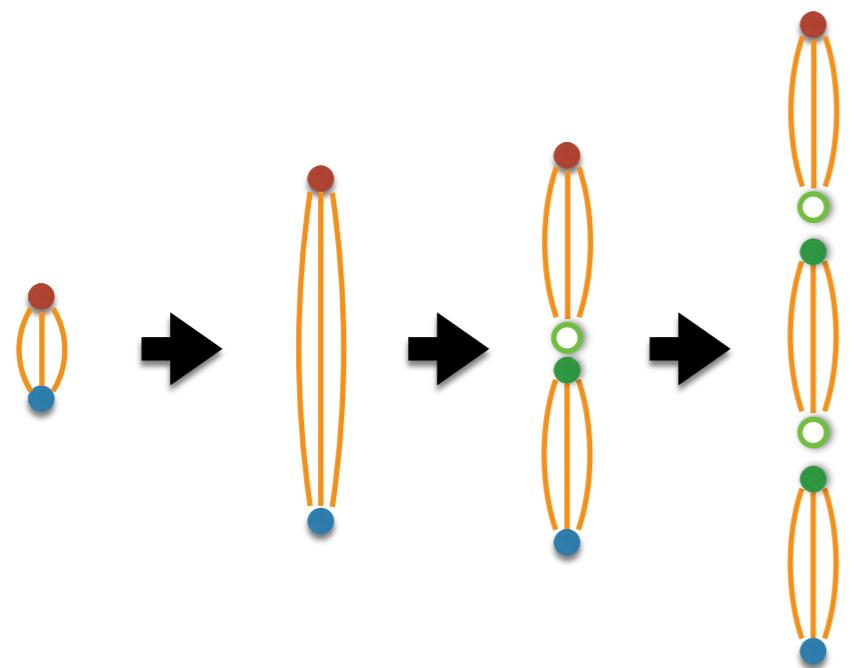
現実的なフラットランドのプラットホーム = “**多成分**” Bose-Einstein凝縮系

↑

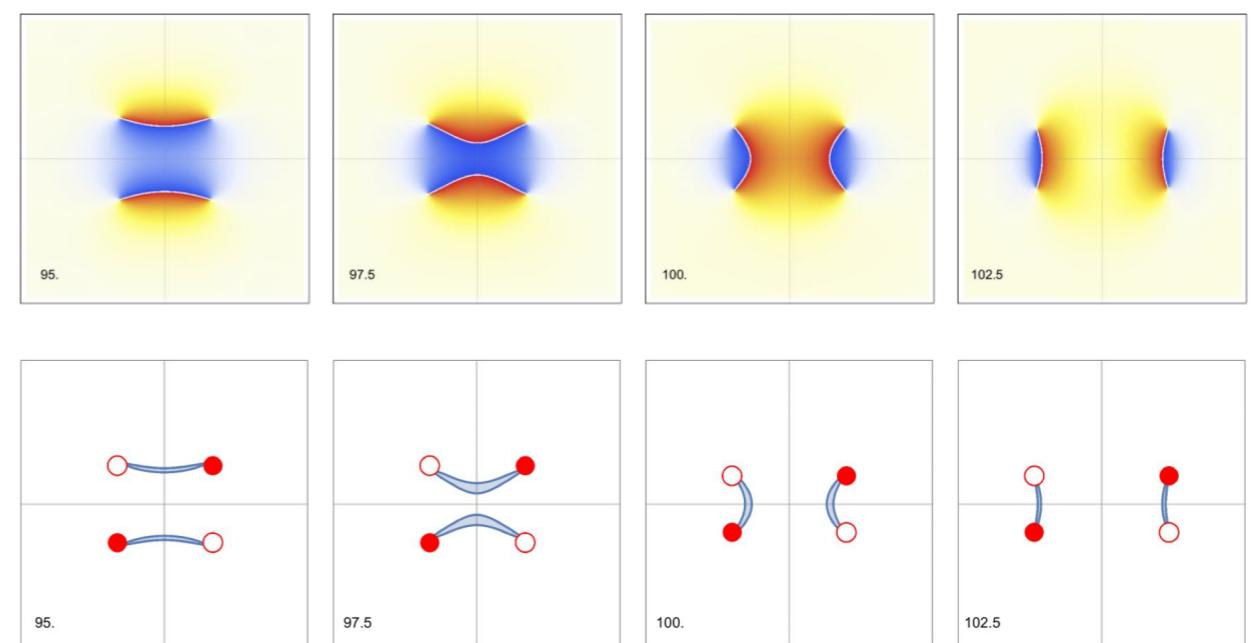
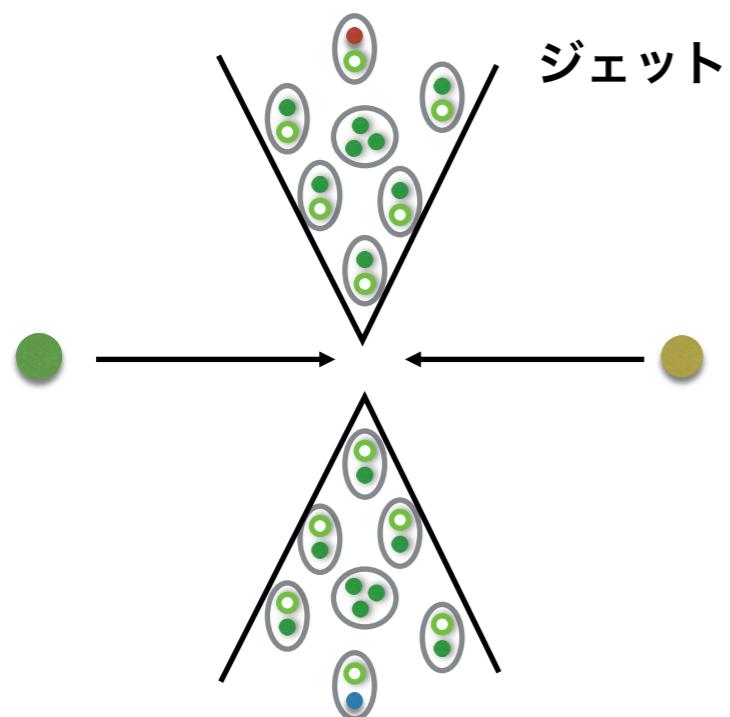
フレーバー自由度に対応 u, d

有効理論：Gross-Pitaevskii 方程式を数値的に解いて、閉じ込め現象の
“ダイナミカル”な側面を見ることが出来ることを紹介

1) 閉じ込め紐の分裂



2) ハドロンコライダー



注意：発表はセミナー発表用スライドの2次利用です（時間かかるかもしれません）

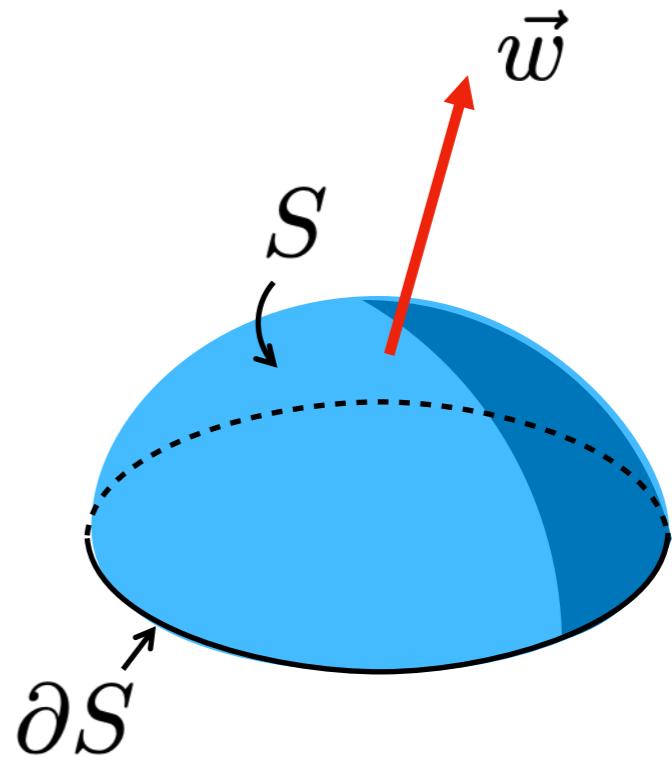
イントロダクション

古典渦 と 量子渦

$$\text{渦度ベクトル } \vec{w} = \nabla \times \vec{v}$$

渦の強さ（循環）

$$\Gamma = \oint_{\partial S} \vec{v} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{w} \cdot d\vec{S}$$



	渦の強さ
普通（古典的な）の渦	実数（連続）
量子的な渦	整数（離散）

量子渦の離散的な個数はどこからきた？



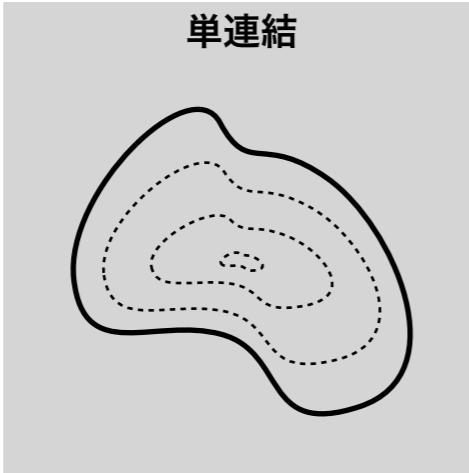
トポロジカル不变量

キーポイント

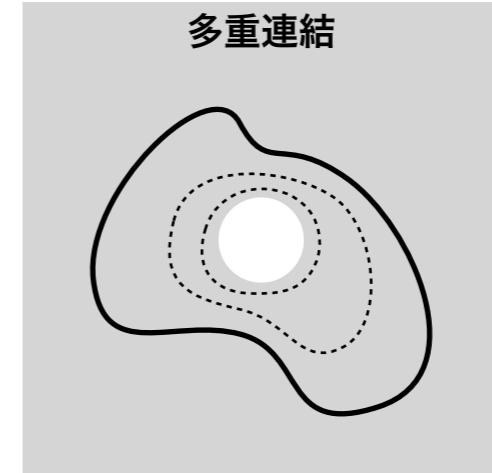
対称性の自発的破れ = 秩序変数の空間 (OPS)

OPSが単連結か？

単連結



多重連結



量子渦なし

量子渦あり

本論

超流動渦で "QCD" をシミュレーションしてみた

BECの最近の発展：中性アルカリ原子気体のBECの実現

- 実験で非常によくコントロールできる
 - ヘリウムと違いほぼ100%が凝縮（クリーン）
 - 原子間相互作用が弱いのでGross-Pitaevskii理論が良い
 - 多成分凝縮が実現

超微細構造

電子スピン
|
原子の角運動量 : $F = L + S + I$
|
電子軌道角運動量 | | 原子核スピン

例) Rb⁸⁷ [L, S, I] = [0, 1/2, 3/2] → F = 1, 2

$|2, 1\rangle$, $|1, -1\rangle$ の磁気モーメントはほぼ同じ \rightarrow 一緒に磁気トラップ
 \downarrow \downarrow
 Ψ_1  Ψ_2

マイクロ波（ラビ振動）によって相互作用させることができる

2成分BEC系のGross-Pitaevskii ラグランジアン in 2+1 次元

$$\mathcal{L} = \sum_i \left[i\hbar\bar{\Psi}_i \overset{\leftrightarrow}{\partial}_t \Psi_i - \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi_i|^2 + \mu_i |\Psi_i|^2 - \frac{g_i}{2} |\Psi_i|^4 \right] \\ - g_{12} |\Psi_1|^2 |\Psi_2|^2 - V_R$$

$$V_R = -\hbar\omega(\Psi_1\bar{\Psi}_2 + \bar{\Psi}_1\Psi_2) \text{ ラビ項}$$

もしも $V_R = 0$ なら、この系の対称性は $U(1)_1 \times U(1)_2$

$$U(1)_1 : \Psi_1 \rightarrow e^{i\alpha_1} \Psi_1$$

$$U(1)_2 : \Psi_2 \rightarrow e^{i\alpha_2} \Psi_2$$

$$U(1)_{1+2} : \Psi_1 \rightarrow e^{i\alpha} \Psi_1, \quad \Psi_2 \rightarrow e^{i\alpha} \Psi_2$$

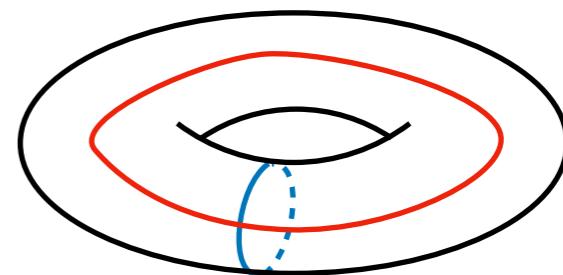
または

$$U(1)_{1-2} : \Psi_1 \rightarrow e^{i\beta} \Psi_1, \quad \Psi_2 \rightarrow e^{-i\beta} \Psi_2$$

簡単のため $\begin{cases} g_1 = g_2 = g \\ \mu_1 = \mu_2 = \mu \end{cases}$ を仮定する

$$\hookrightarrow \Psi_1 = e^{i\alpha_1} \sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}}, \quad \Psi_2 = e^{i\alpha_2} \sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}}$$

両成分が凝縮し $U(1)_1 \times U(1)_2 \rightarrow 1$



秩序変数空間は T^2

2種類の巻きつき方 = 2種類の量子渦

$$(1,0): (\Psi_1, \Psi_2) \propto (e^{i\theta}, 1) = e^{i\frac{\theta}{2}} \left(e^{i\frac{\theta}{2}}, e^{-i\frac{\theta}{2}} \right)$$

$$(0,1): (\Psi_1, \Psi_2) \propto (1, e^{i\theta}) = e^{i\frac{\theta}{2}} \left(e^{-i\frac{\theta}{2}}, e^{i\frac{\theta}{2}} \right)$$

超流動速度 $\vec{v}_s = \frac{\hbar}{2m} \nabla \frac{\theta}{2} \Rightarrow \Gamma = \oint \vec{v}_s \cdot d\vec{s} = \pi$ (半分)

ラビ項 $V_R = -\hbar\omega(\Psi_1\bar{\Psi}_2 + \bar{\Psi}_1\Psi_2)$

$V_R \neq 0$ の場合は $U(1)_{1+2}$ だけが対称性

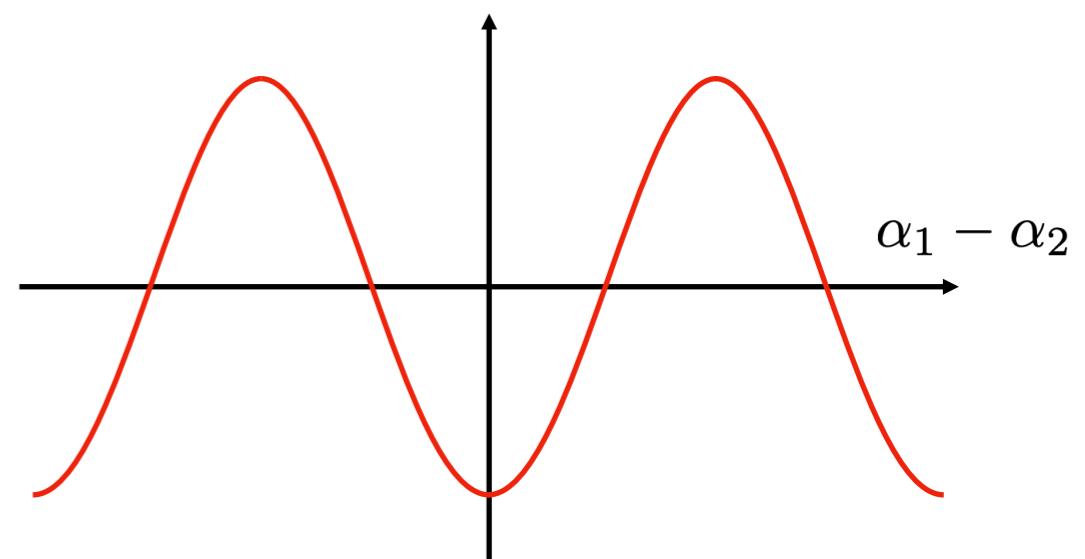
$$U(1)_{1+2} : \Psi_1 \rightarrow e^{i\alpha}\Psi_1, \quad \Psi_2 \rightarrow e^{i\alpha}\Psi_2$$

$U(1)_{1-2}$ は explicit に破れている

$$\Psi_1 = \sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}} e^{i\alpha_1}, \quad \Psi_2 = \sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}} e^{i\alpha_2}$$

を $V_R = -\hbar\omega(\Psi_1\bar{\Psi}_2 + \bar{\Psi}_1\Psi_2)$ に代入してみると

$$V_R = -\frac{2\mu\hbar\omega}{g + g_{12}} \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

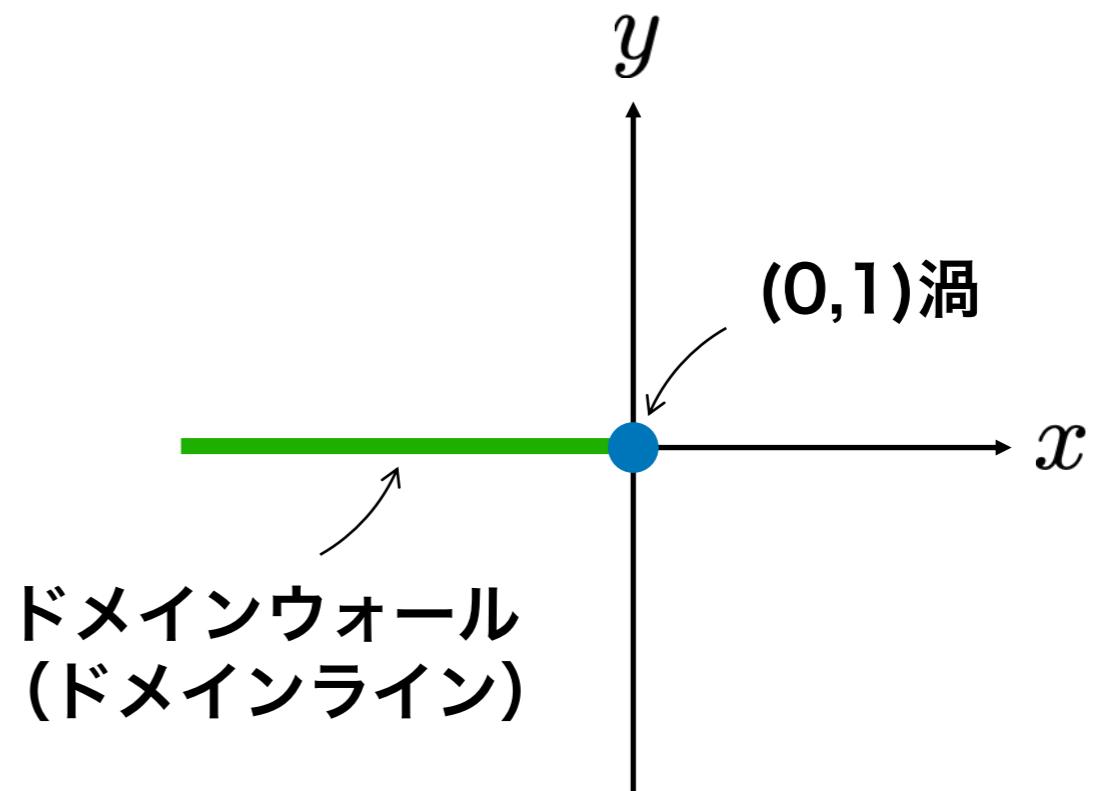
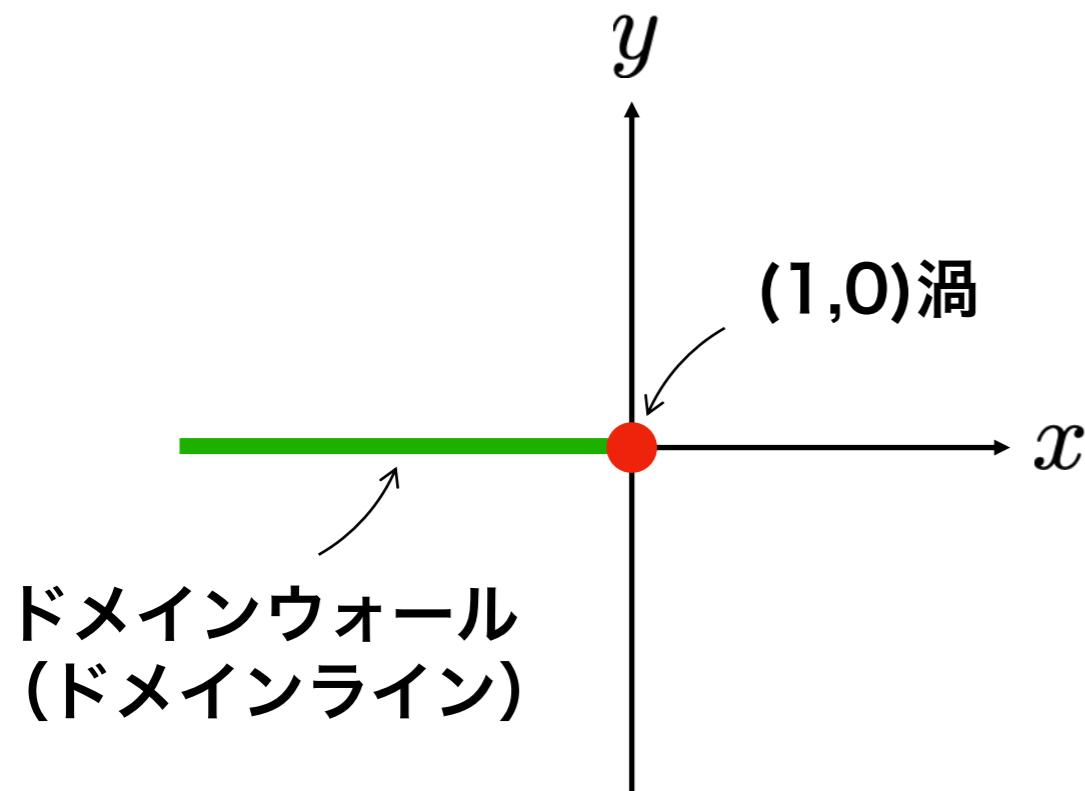
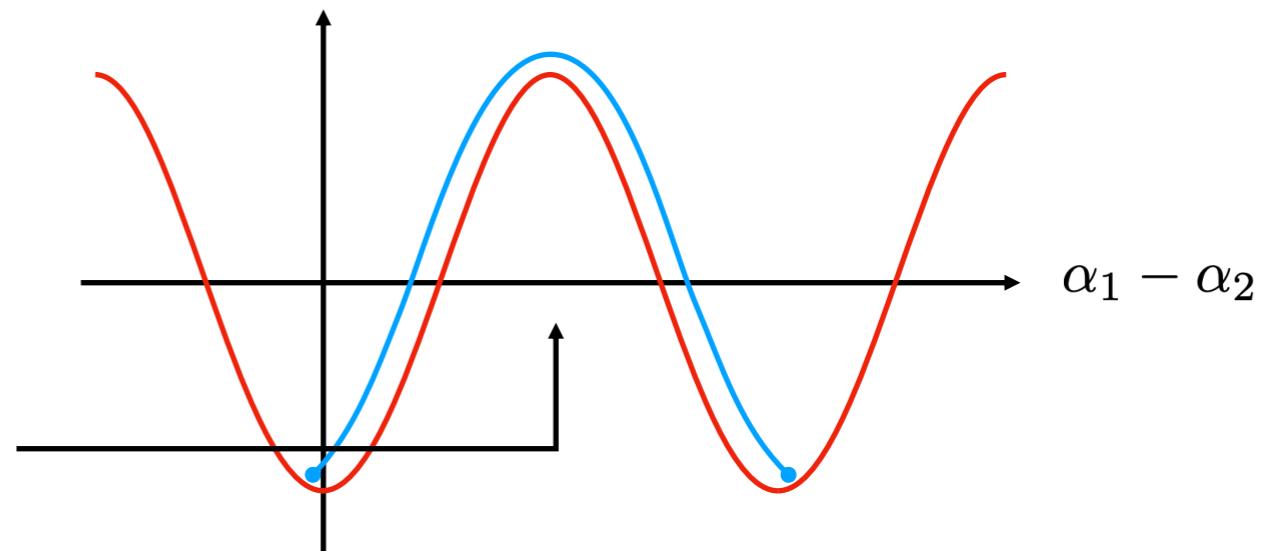


$$(1,0): (\Psi_1, \Psi_2) \propto (e^{i\theta}, 1) = e^{i\frac{\theta}{2}} \left(e^{i\frac{\theta}{2}}, e^{-i\frac{\theta}{2}} \right)$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \theta : 0 \rightarrow 2\pi$$

渦の周りを1周すると山を1回越える

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \theta \sim \pi$$

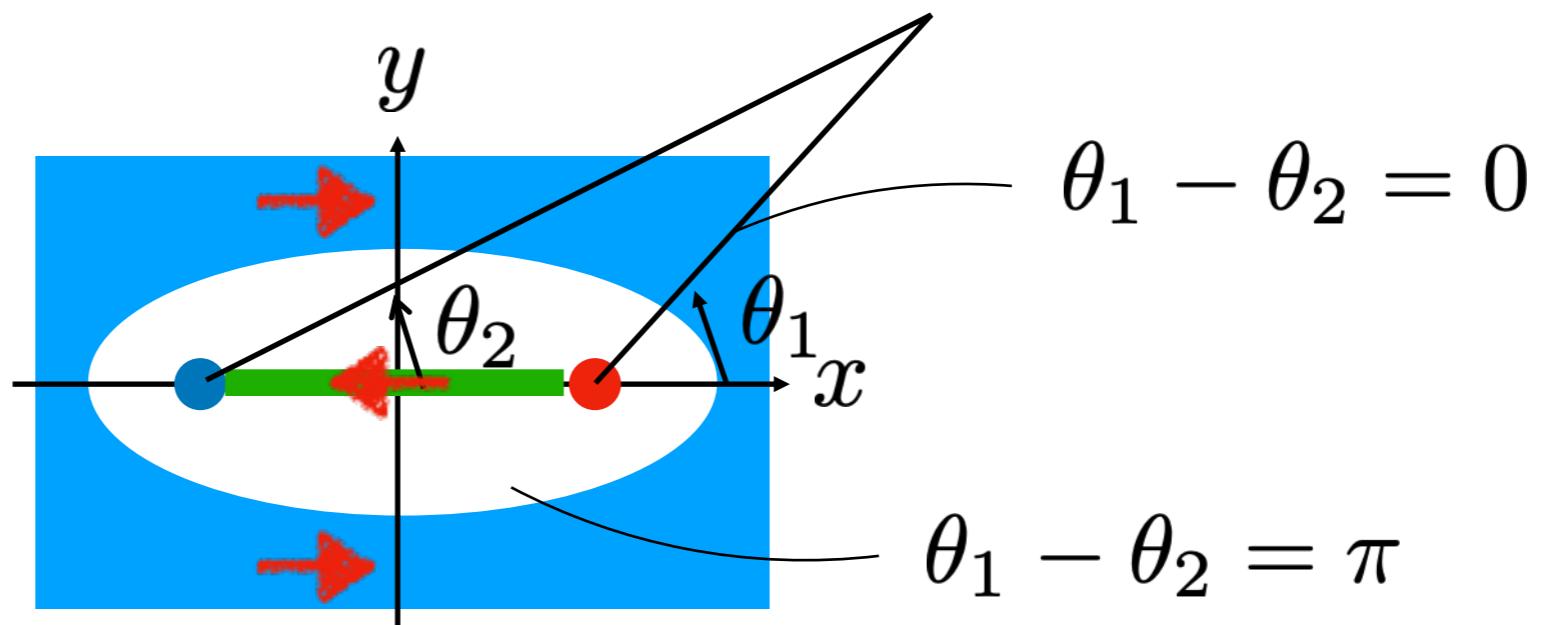


渦分子の形成と閉じ込め

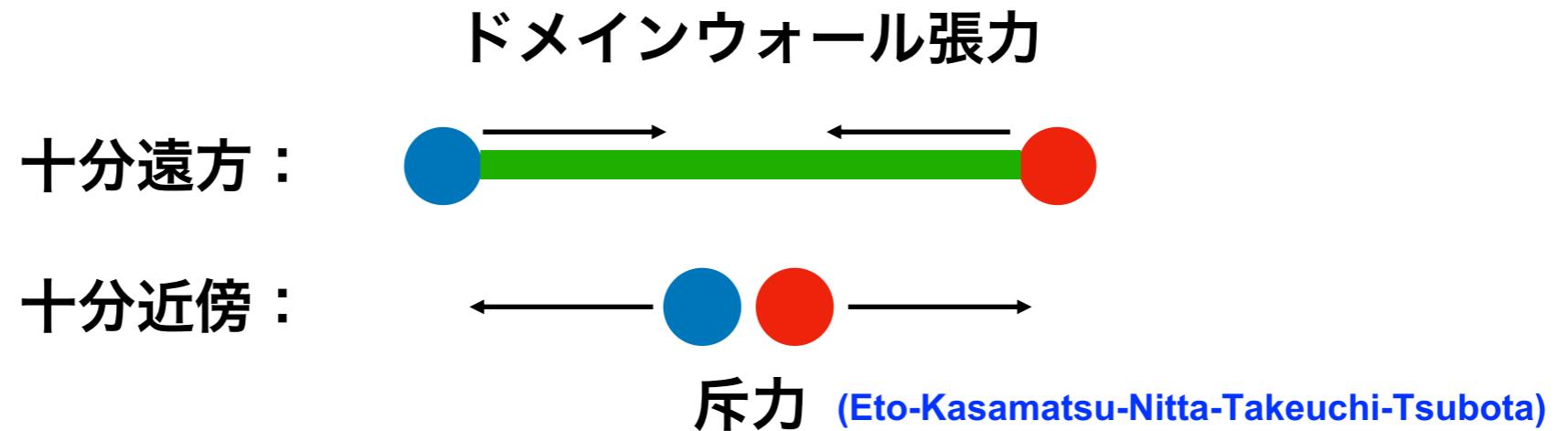
(Kasamatsu-Tsubota-Ueda)

(1,0)と(0,1)が離れていると

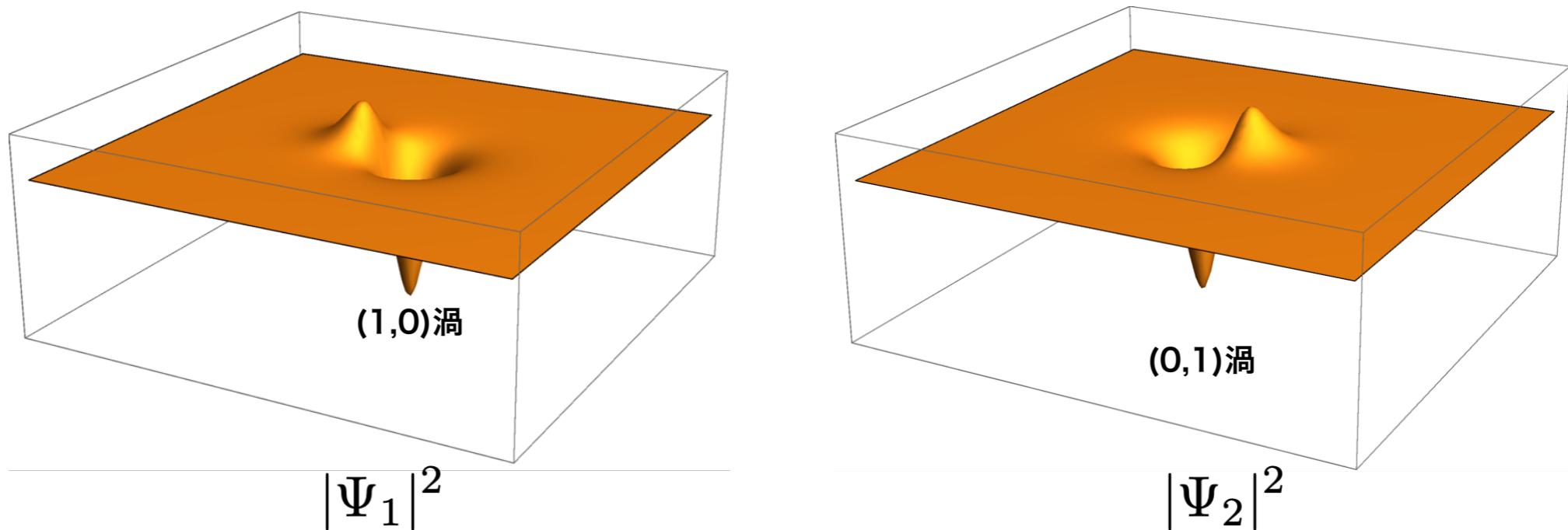
$$(\Psi_1, \Psi_2) \sim (e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2}) = e^{i\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}} \left(e^{i\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}}, e^{-i\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \right)$$



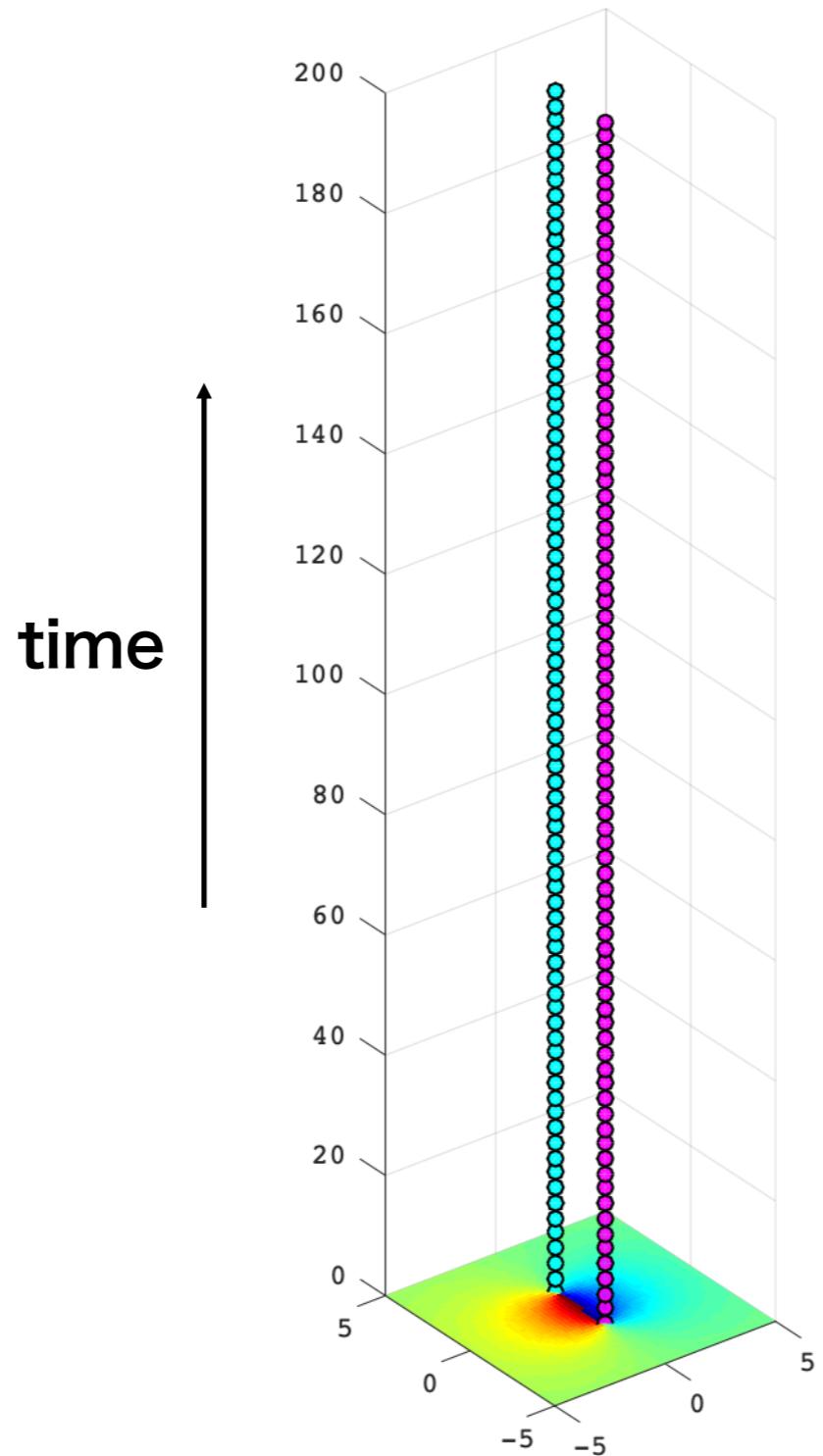
(1,0)と(0,1)の渦ペア間に働く力



引力と斥力の平衡点で釣り合う = 渦分子 (Kasamatsu-Tsubota-Ueda)

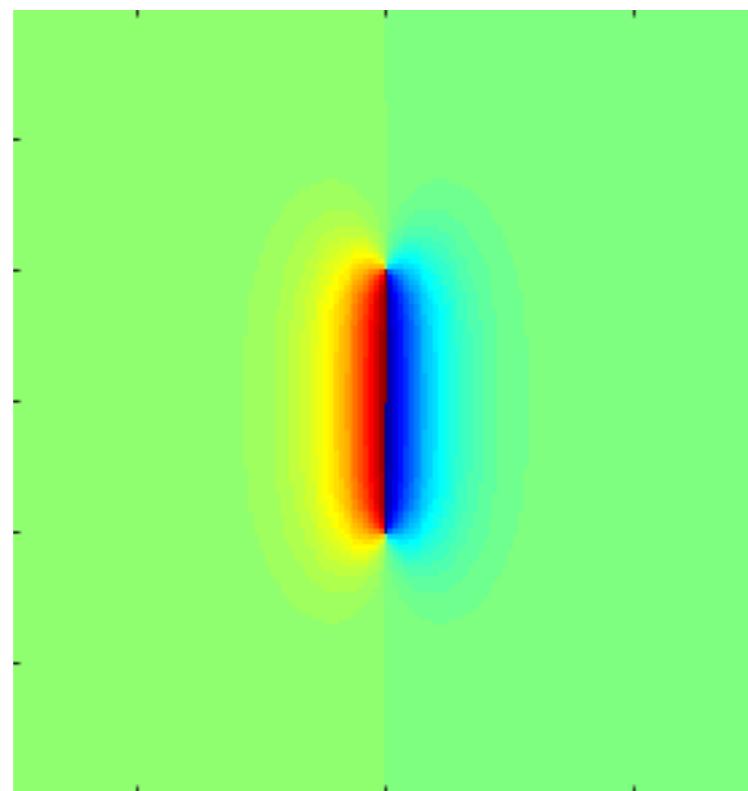


渦の閉じ込めはクォークの閉じ込めによく似ている

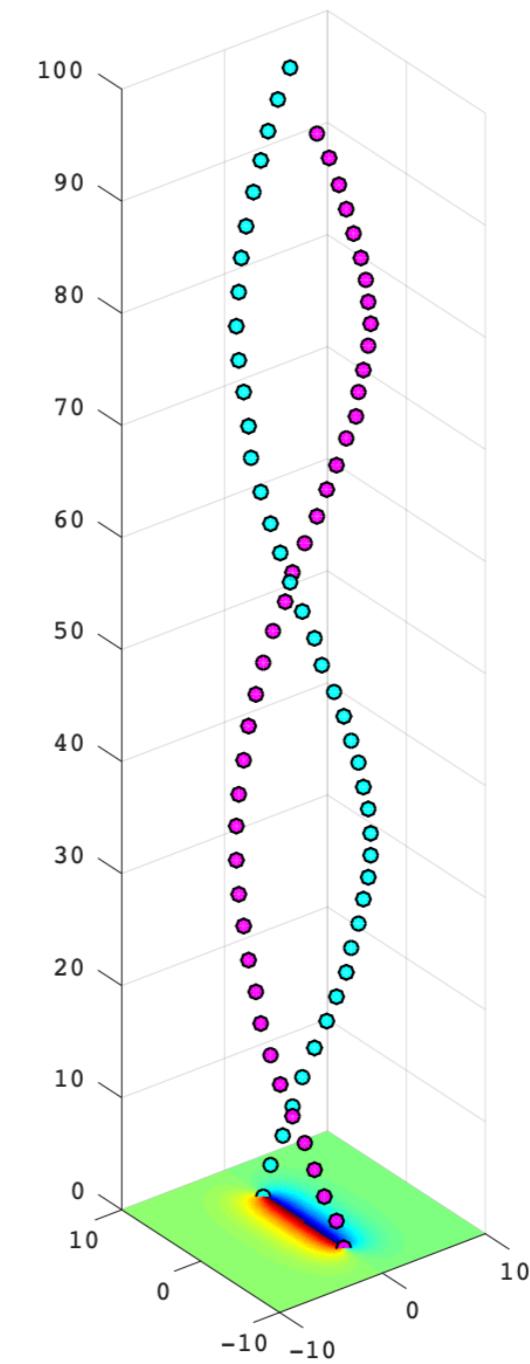


平衡点での渦分子の時間発展

平衡点からずれると



回転する



Tylutki-Pitaevskii-Recati-Stringari(2016), Eto-Nitta(2017)

素粒子とのつながり

超流動現象の肝：U(1)対称性の自発的破れ



U(1)NG粒子 (phonon)

$$\alpha \sim \alpha + 2\pi$$

スカラー場 in 2+1次元
dual photon

2+1次元のduality

$$F_{\mu\nu} = \frac{e^2}{4\pi} \epsilon_{\mu\nu\rho} \partial^\rho \alpha$$

U(1)ゲージ場 in 2+1次元 A_μ

点電荷

$$\vec{E} = \frac{e^2}{4\pi} \nabla \frac{\log r}{r}$$

2+1次元クーロンポテンシャル

量子渦

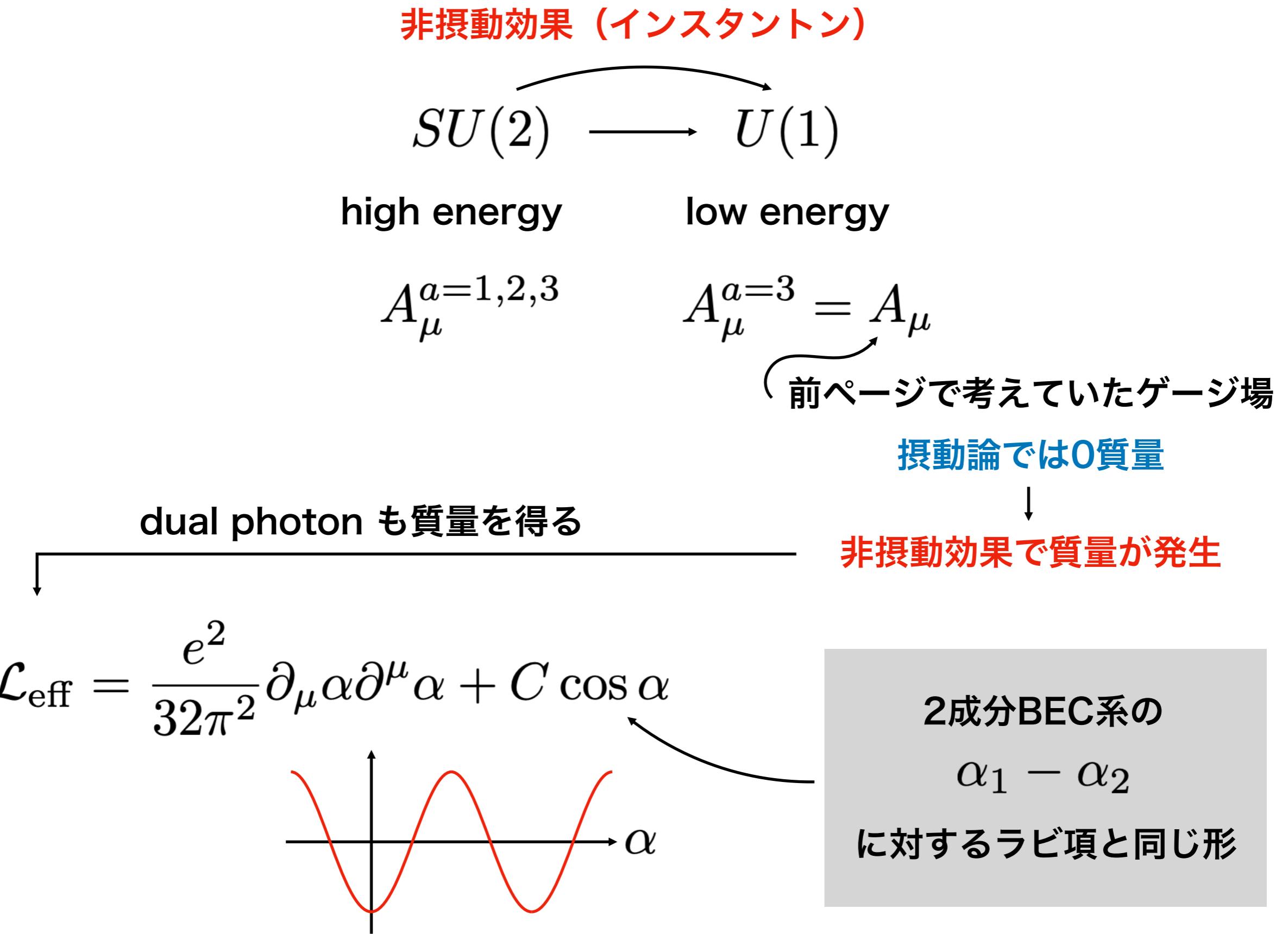
$$\alpha = \pm \text{Im} \log z$$
$$(z = x + iy)$$

グローバルボーテックス間の
相互作用ポテンシャル

$$V \sim \log r$$

particle - vortex duality

Georgi-Glashow 模型 in 2+1次元に対するPolyakov duality



2成分BEC系の低エネルギー有効理論 (Son-Stephanov)

元のラグランジアンに

$$\mathcal{L} = \sum_i \left[i\hbar\bar{\Psi}_i \overset{\leftrightarrow}{\partial}_t \Psi_i - \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi_i|^2 + \mu_i |\Psi_i|^2 - \frac{g_i}{2} |\Psi_i|^4 \right] - g_{12} |\Psi_1|^2 |\Psi_2|^2 - V_R$$

以下のような揺らぎを入れ、重いモード δ_1, δ_2 を積分する

$$\Psi_1 = \left(\sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}} + \delta_1 \right) e^{i\alpha_1}, \quad \Psi_2 = \left(\sqrt{\frac{\mu}{g + g_{12}}} + \delta_2 \right) e^{i\alpha_2}$$

低エネルギー有効理論 $\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_- \quad \left[\theta_{\pm} = \frac{\alpha_1 \pm \alpha_2}{2} \right]$

$$\mathcal{L}_+ = \frac{\hbar^2}{g + g_{12}} \dot{\theta}_+^2 - \frac{\hbar^2 \mu}{m(g + g_{12})} (\nabla \theta_+)^2$$

massive dual photon

$$\mathcal{L}_- = \frac{\hbar^2}{g - g_{12}} \dot{\theta}_-^2 - \frac{\hbar^2 \mu}{m(g + g_{12})} (\nabla \theta_-)^2 + \frac{2\hbar\mu w^2}{g + g_{12}} \cos 2\theta_-$$

BECの量子渦は2+1次元の閉じ込めをシミュレート

もっと愛着の湧く名前をつけよう

(Eto-Nitta)

u-vortex → (1,0): $(\Psi_1, \Psi_2) \propto (e^{i\theta}, 1) = e^{i\frac{\theta}{2}} \left(e^{i\frac{\theta}{2}}, e^{-i\frac{\theta}{2}} \right)$

d-vortex → (0,1): $(\Psi_1, \Psi_2) \propto (1, e^{i\theta}) = e^{i\frac{\theta}{2}} \left(e^{-i\frac{\theta}{2}}, e^{i\frac{\theta}{2}} \right)$

ū-vortex → (-1,0): $(\Psi_1, \Psi_2) \propto (e^{-i\theta}, 1) = e^{-i\frac{\theta}{2}} \left(e^{-i\frac{\theta}{2}}, e^{i\frac{\theta}{2}} \right)$

đ-vortex → (0,-1): $(\Psi_1, \Psi_2) \propto (1, e^{-i\theta}) = e^{-i\frac{\theta}{2}} \left(e^{i\frac{\theta}{2}}, e^{-i\frac{\theta}{2}} \right)$

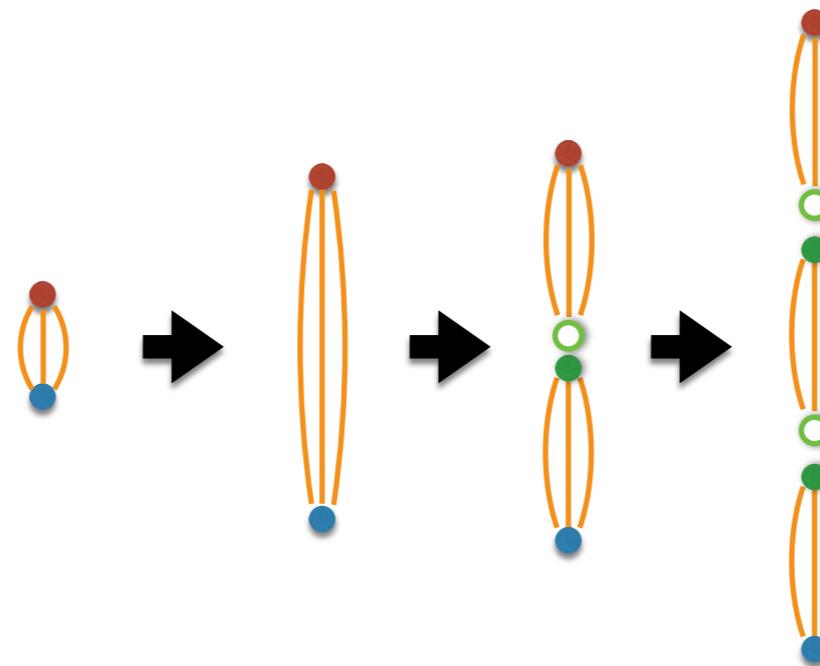
	U(1) ₁₊₂ の巻付	U(1) ₁₋₂ の巻付
u-vortex	1/2	1/2
ū-vortex	-1/2	-1/2
d-vortex	1/2	-1/2
đ-vortex	-1/2	1/2
	“バリオン”数	“カラー”

“カラー”を持つものは単独では取り出せない（ドメインウォールが付く）

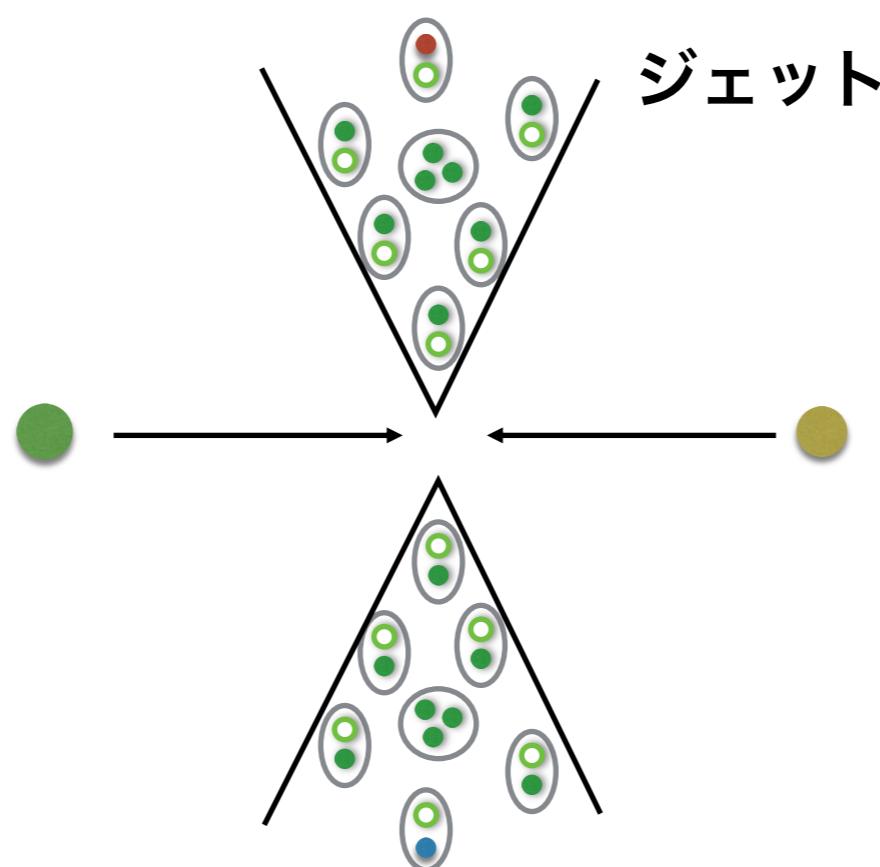
	“バリオン”数	“カラー”
u-vortex	1/2	1/2
ū-vortex	-1/2	-1/2
d-vortex	1/2	-1/2
đ-vortex	-1/2	1/2
“メソン”	“バリオン”数	“カラー”
ūu	0	0
đd	0	0
ūd	0	-1
“バリオン”	“バリオン”数	“カラー”
uu	1	1
dd	1	-1
ud	1	0

BEC量子渦を利用して閉じ込め現象に特徴的なダイナミクスをシミュレート

1) 閉じ込め紐の分裂

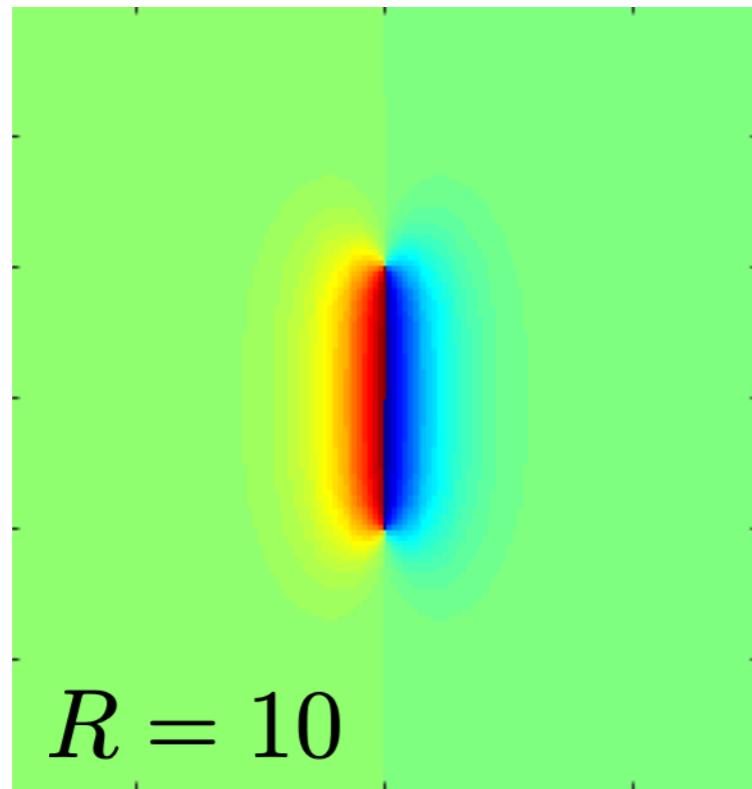


2) ハドロンコライダー



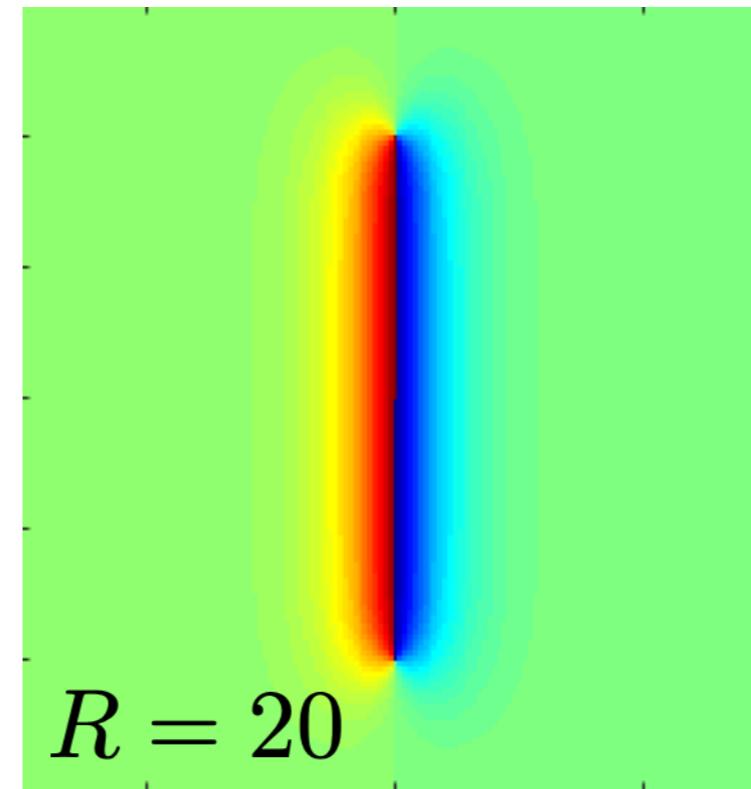
無理やり引き伸ばされたバリオンのダイナミクス

u
d



$R = 10$

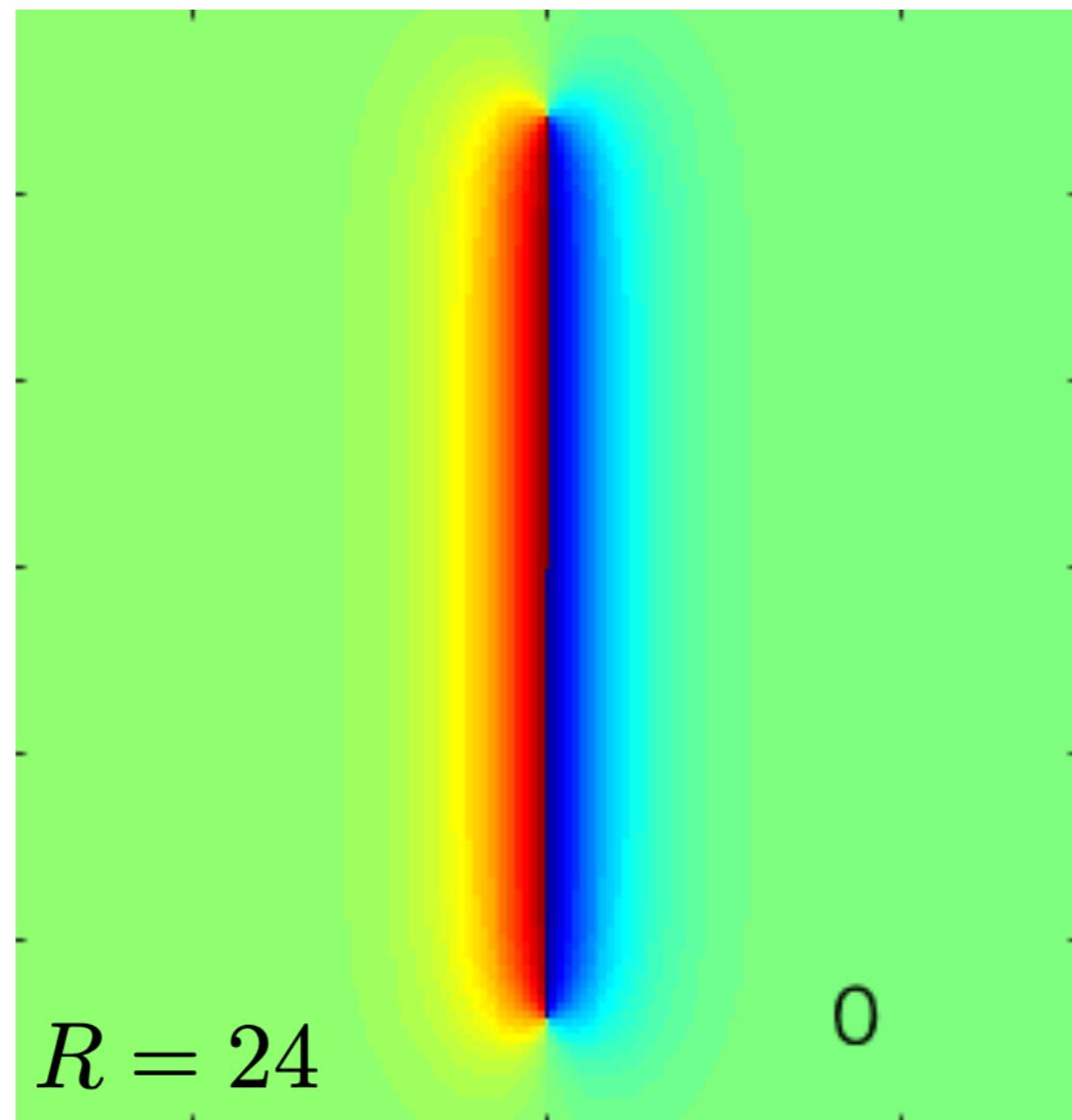
短め

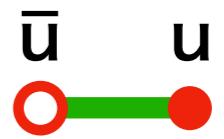


$R = 20$

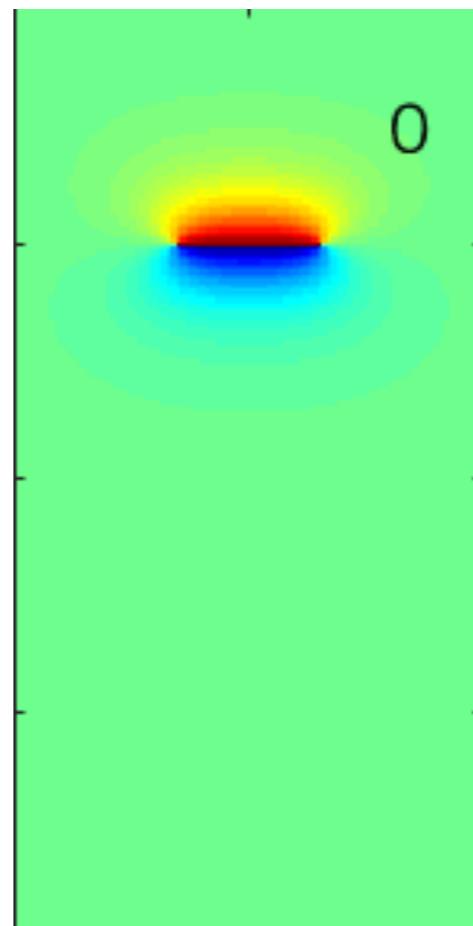
少し長め

さらに引き伸ばす



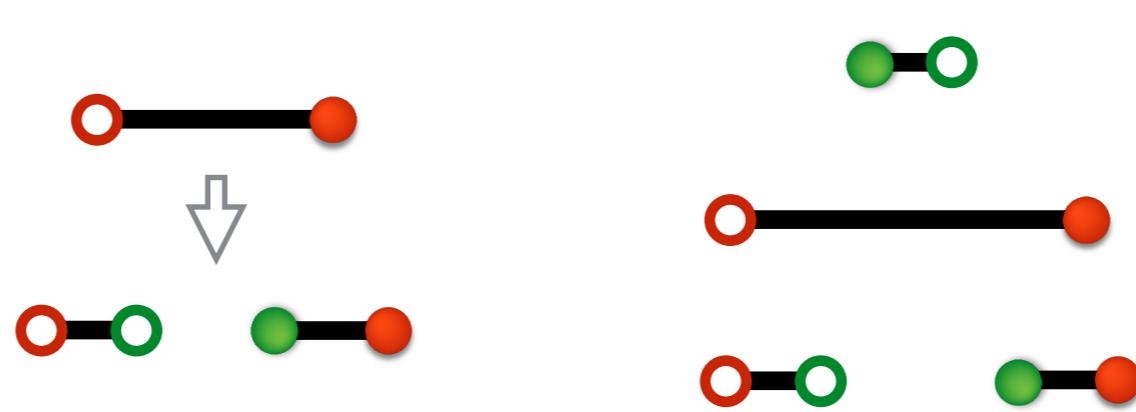
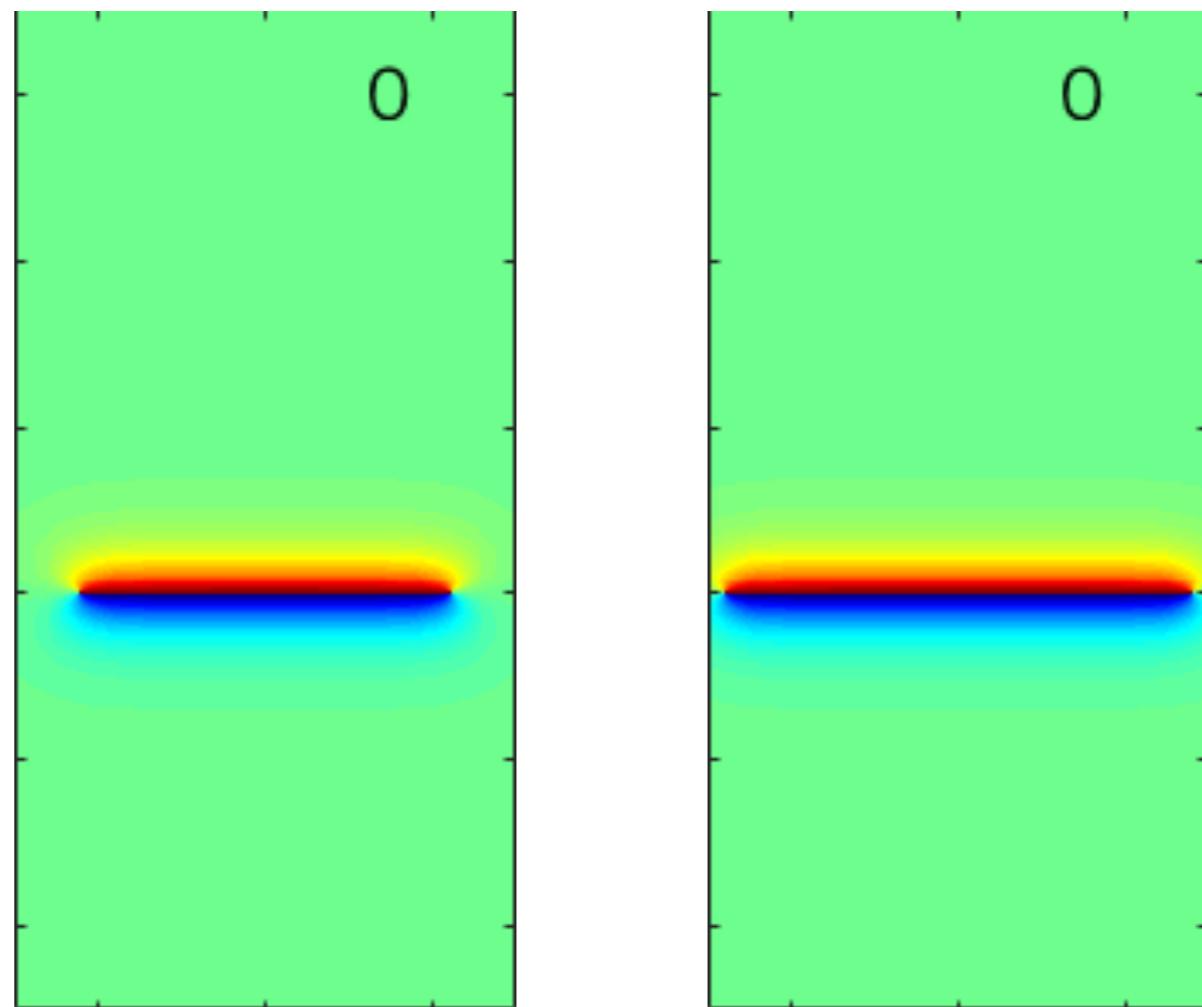


無理やり引き伸ばされたメソンのダイナミクス



R=6

さらに引っ張ると



ハドロンの運動の特徴

メソン（渦と反渦）：直進

バリオン（渦と渦）：その場で回転

メソン-メソン散乱

- $\bar{u}u$ と $\bar{u}u$



- $\bar{u}u$ と $\bar{d}d$

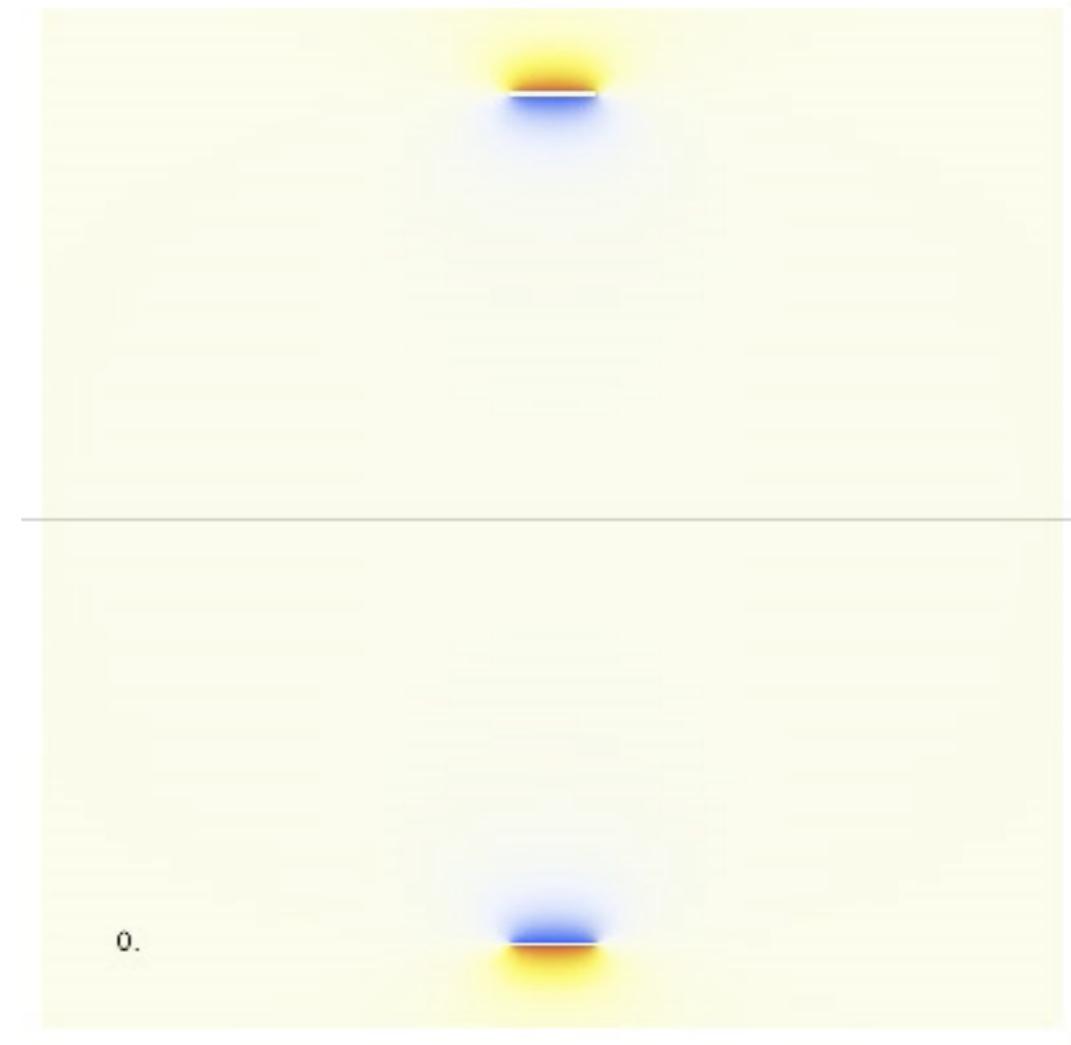


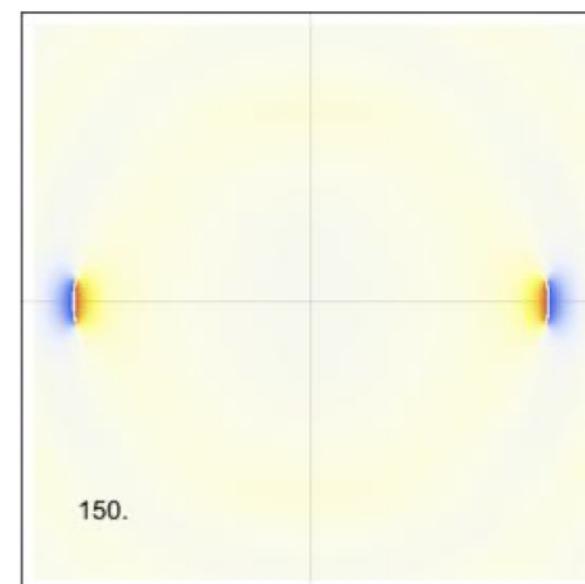
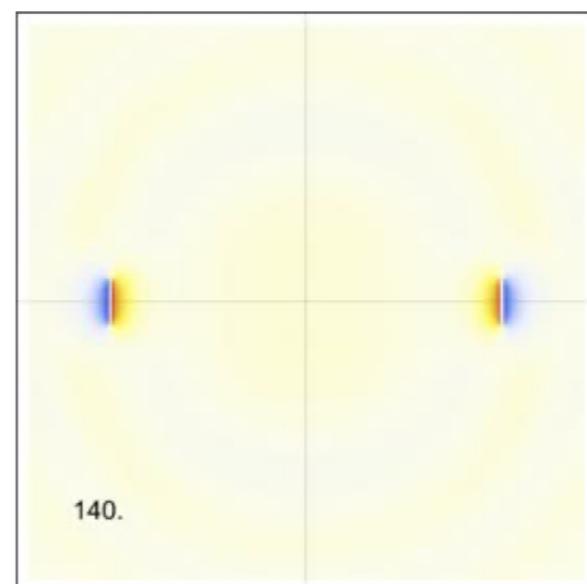
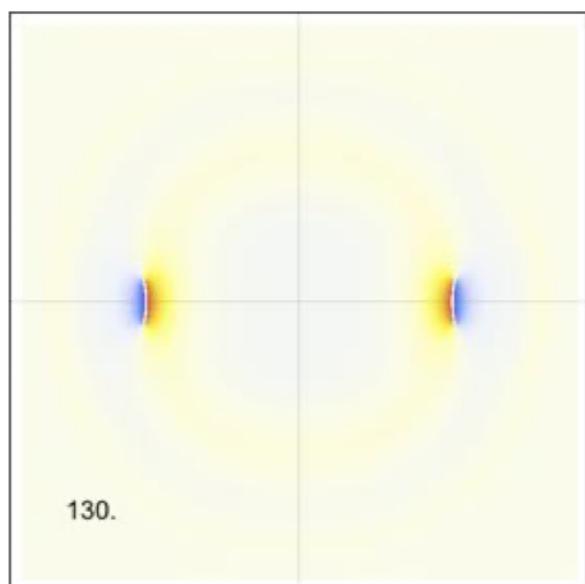
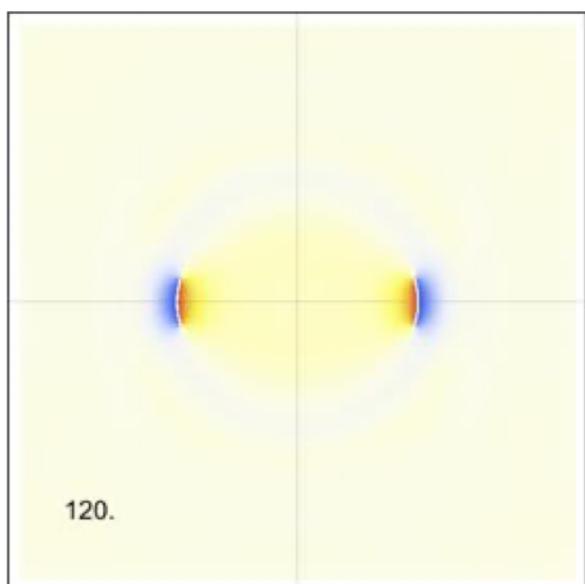
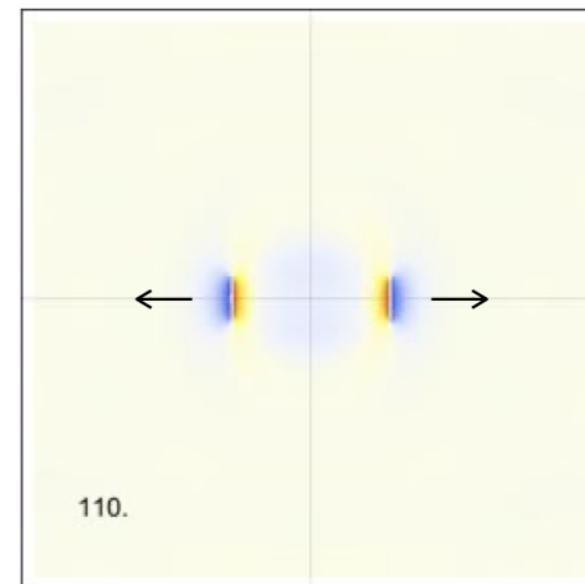
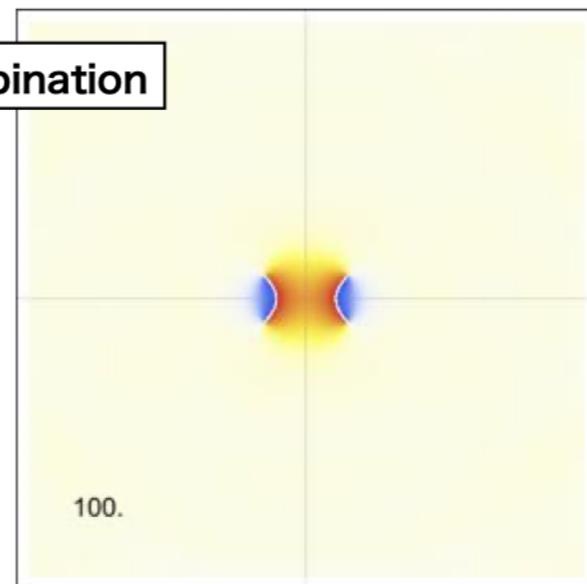
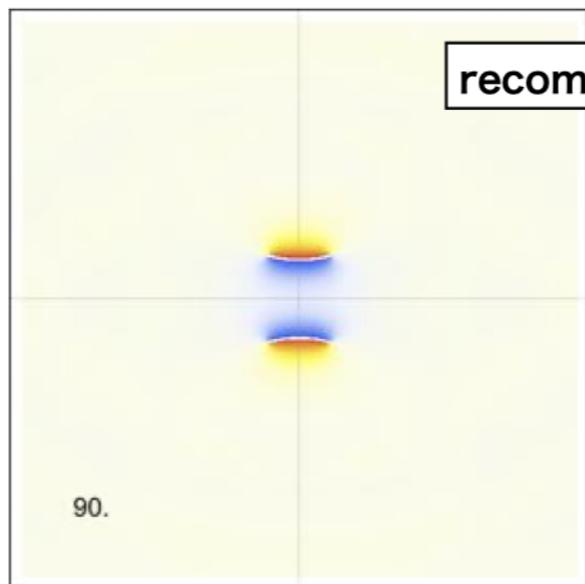
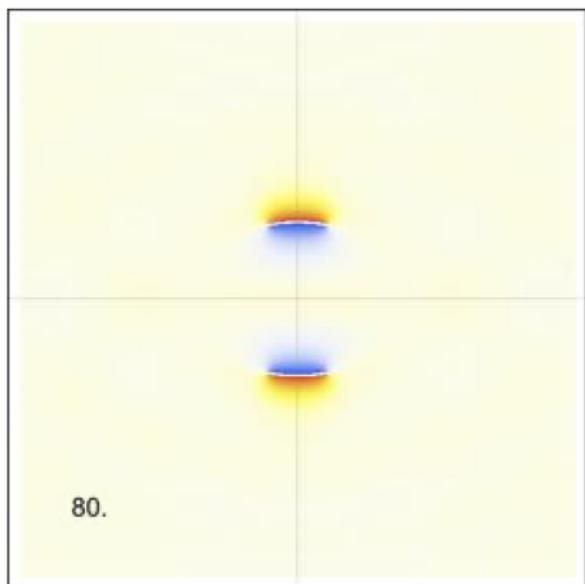
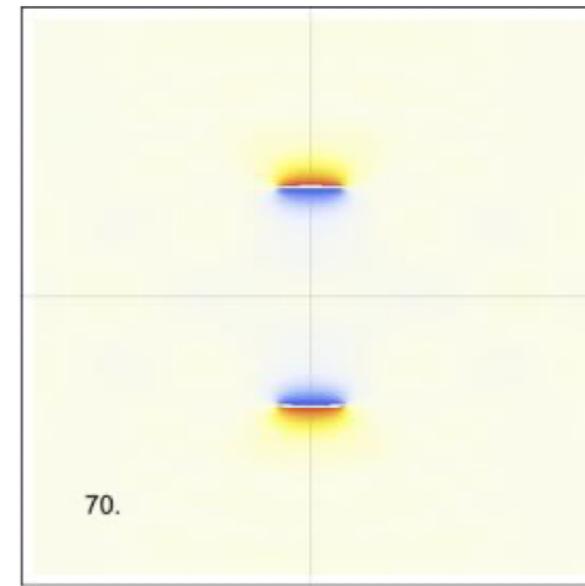
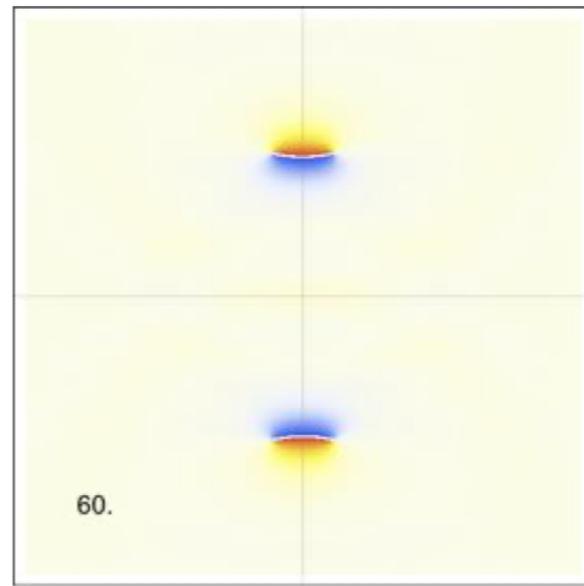
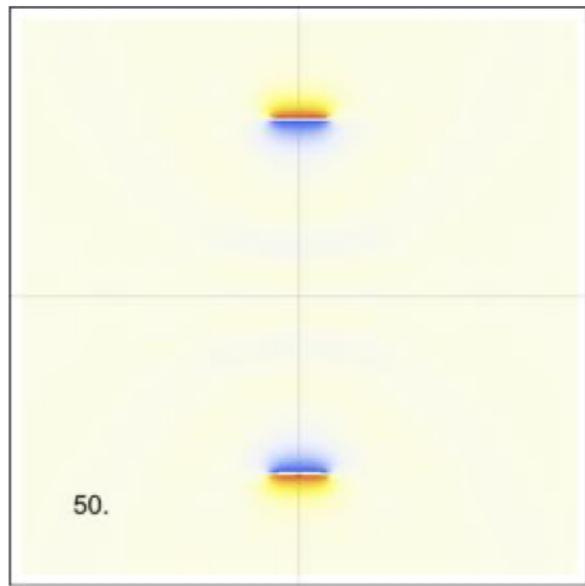
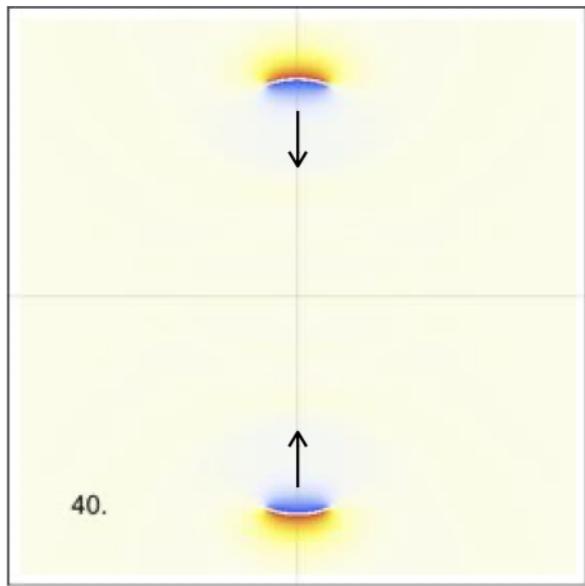
メソン-バリオン散乱

- $\bar{u}u$ と ud

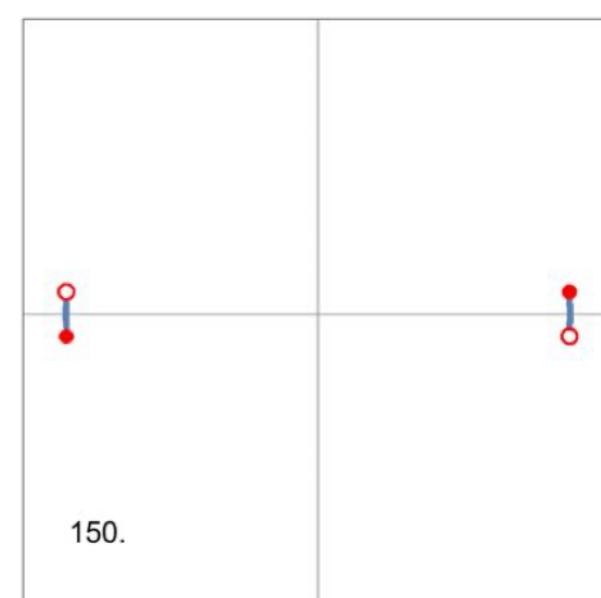
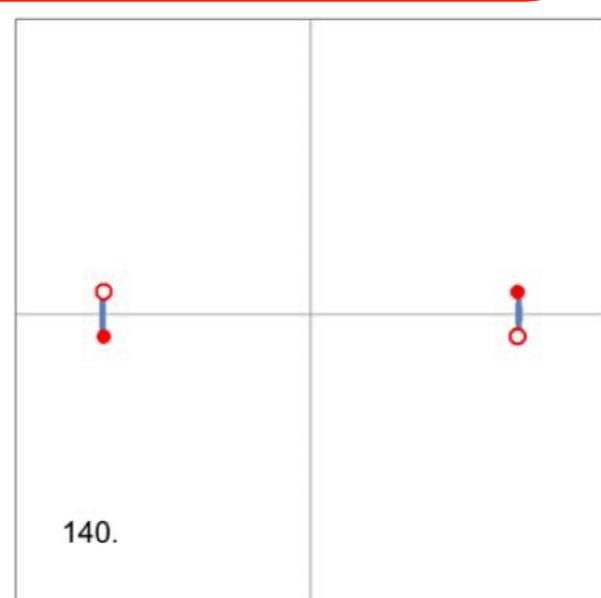
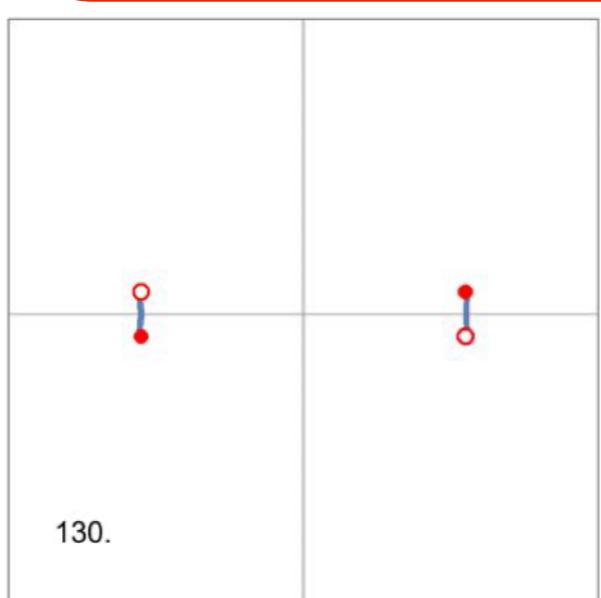
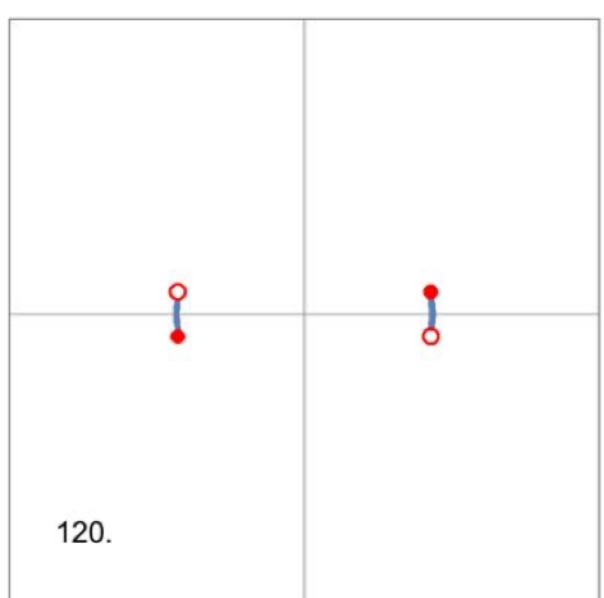
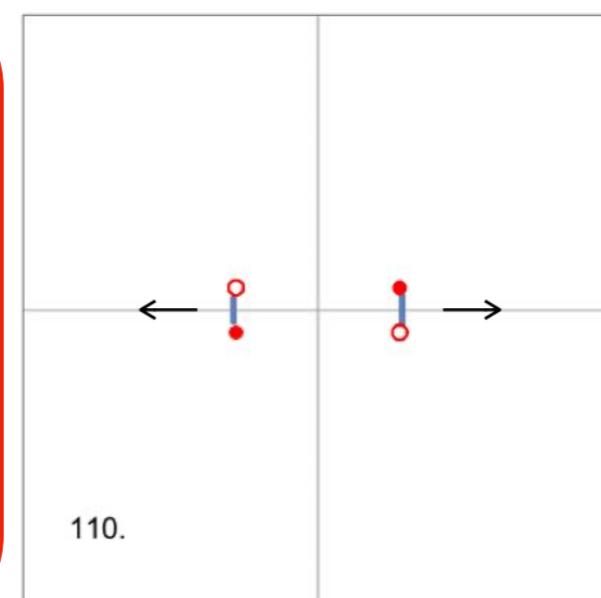
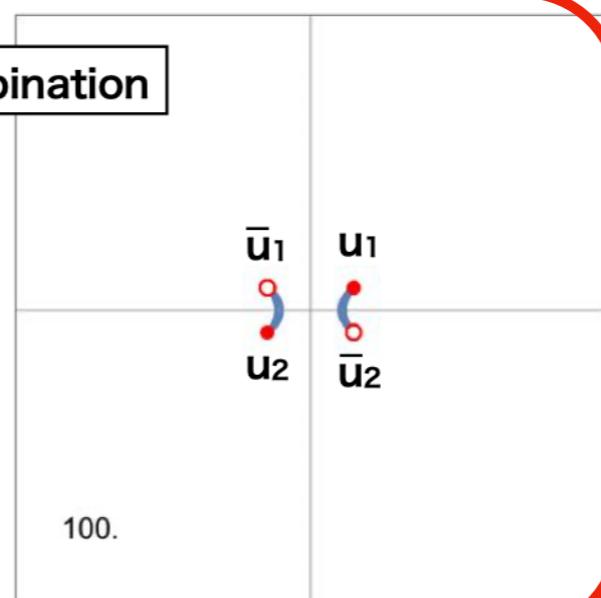
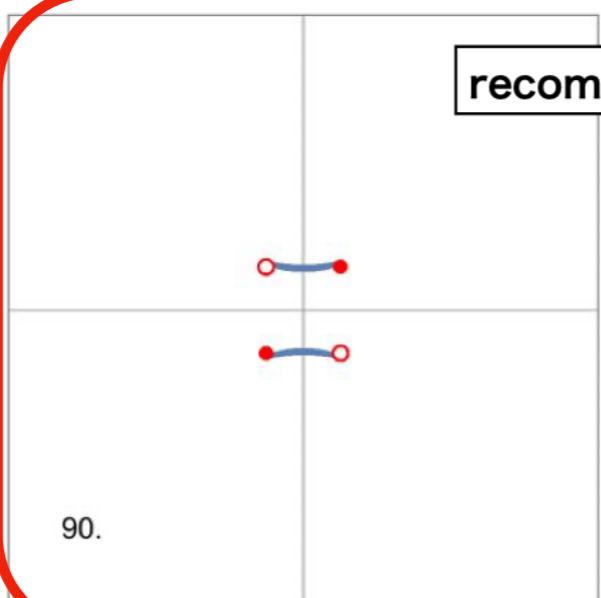
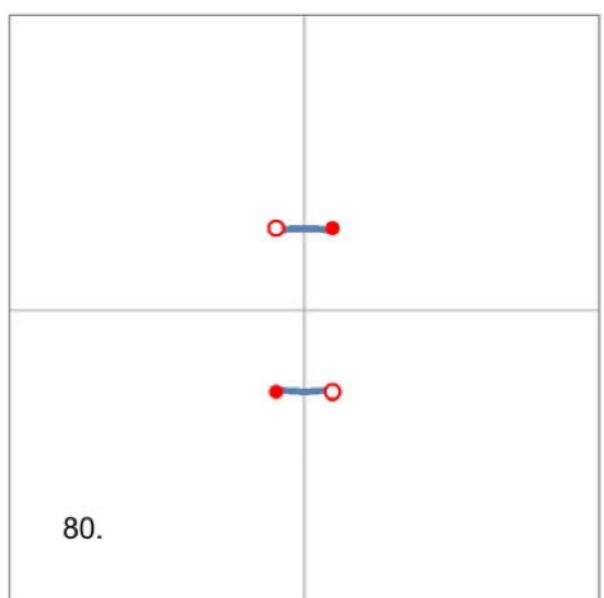
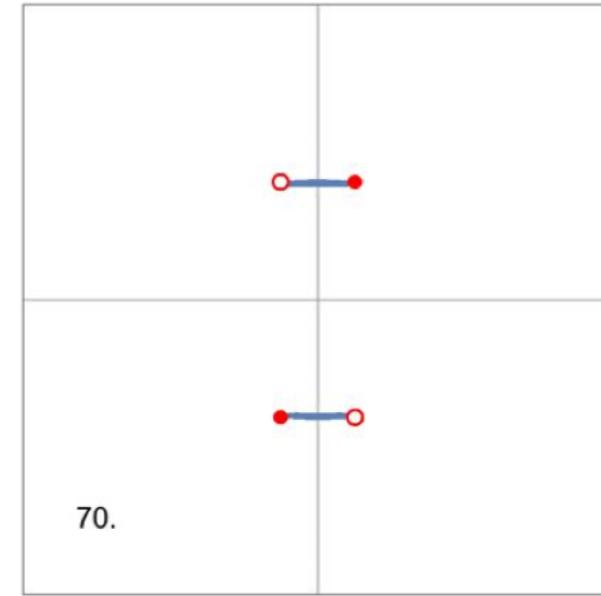
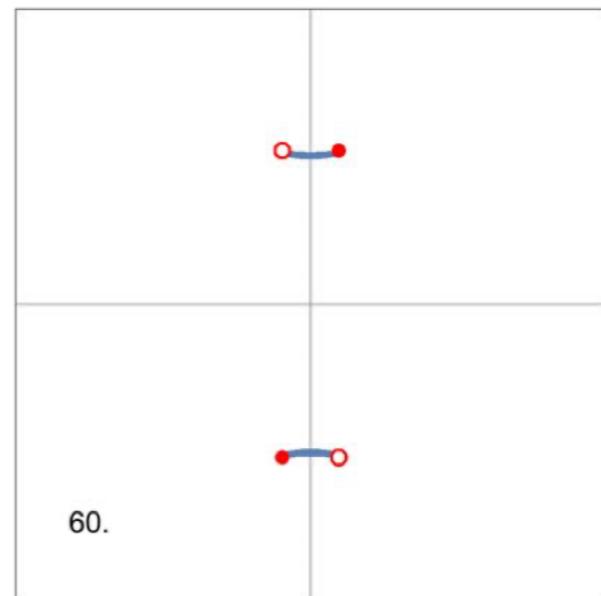
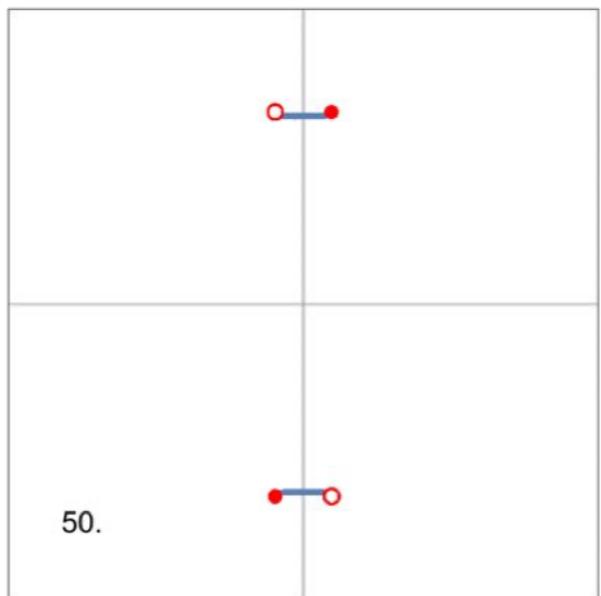
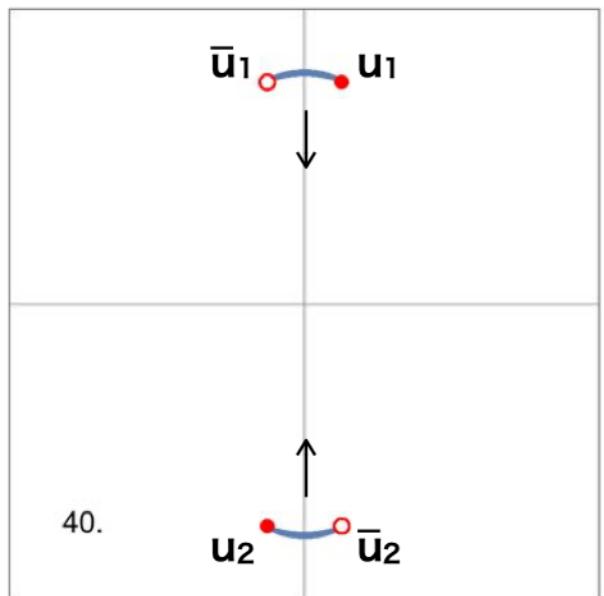


$\bar{u}u$ と $\bar{u}u$ の正面衝突



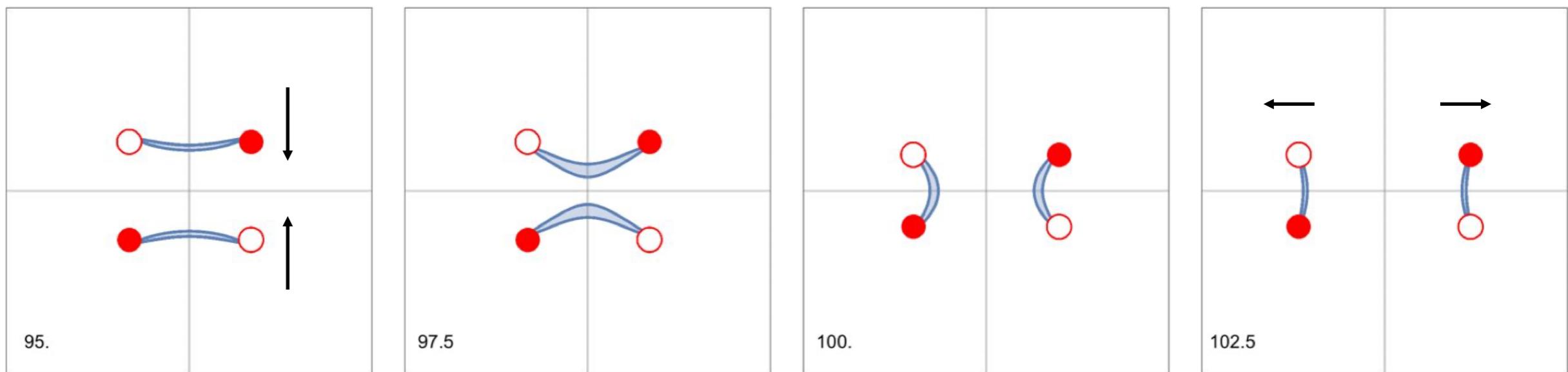
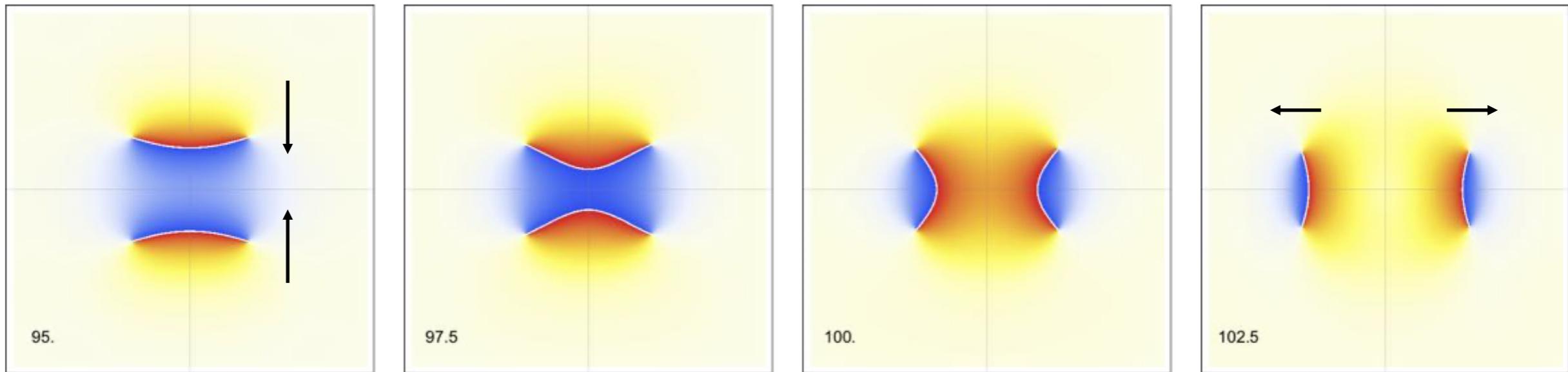


recombination

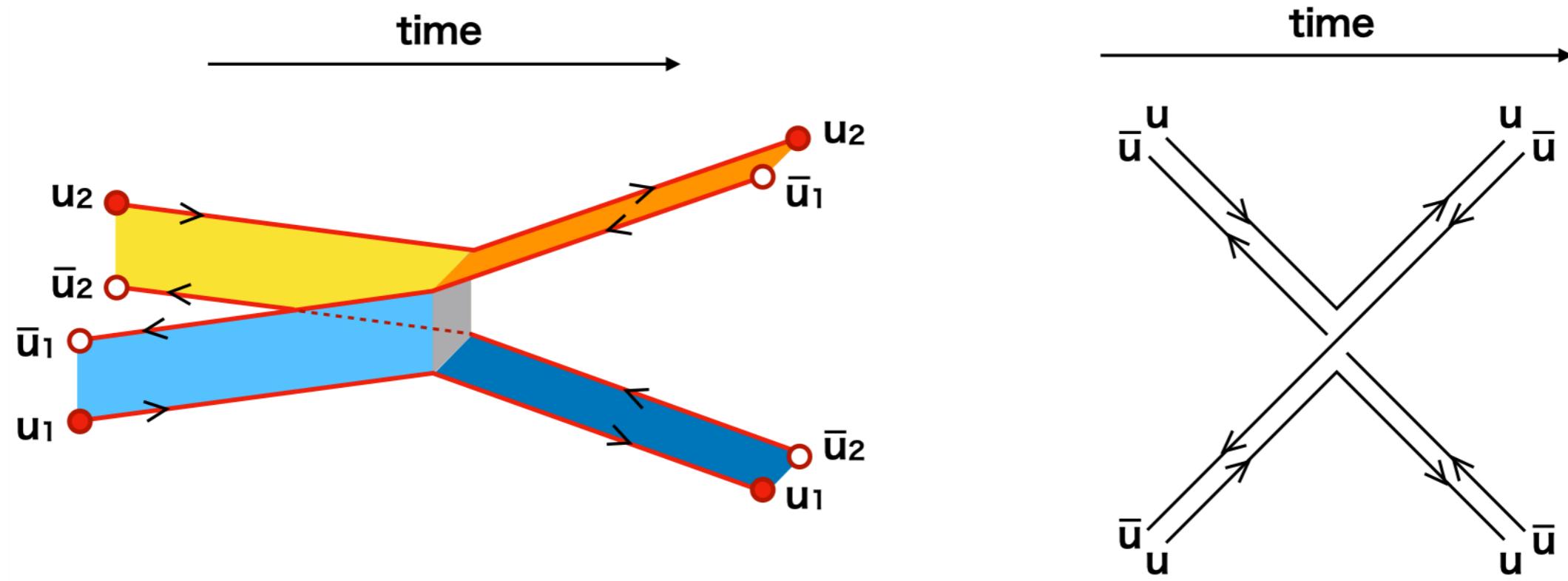


recombination

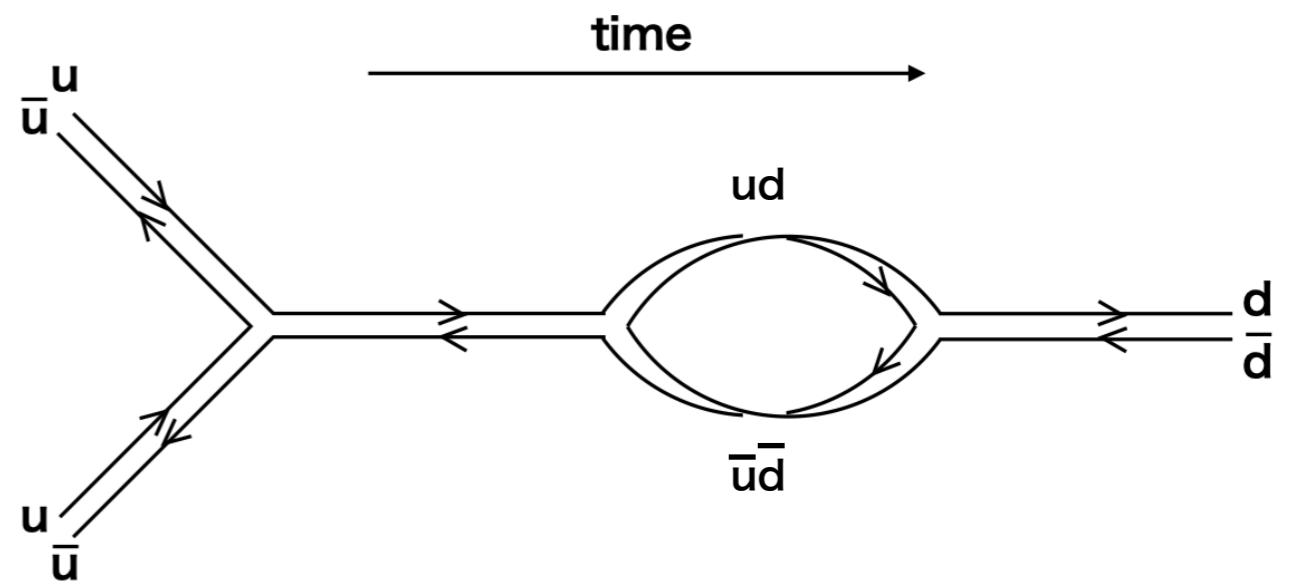
組み替えの詳細



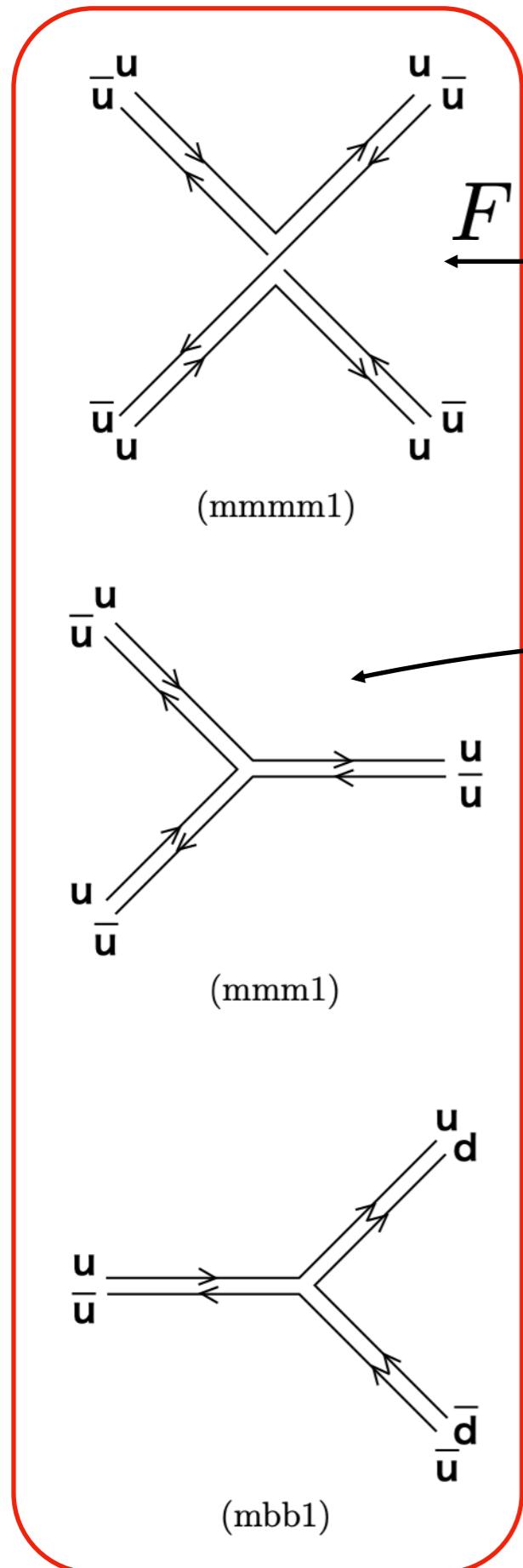
“ファインマン ダイアグラム”



$\bar{u}u$ と $\bar{u}u$ の斜め衝突

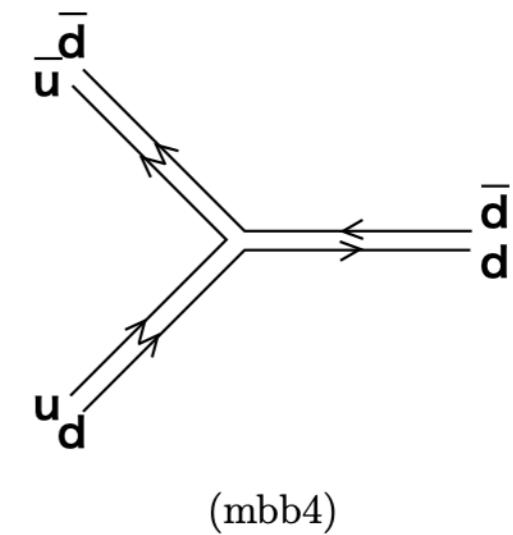
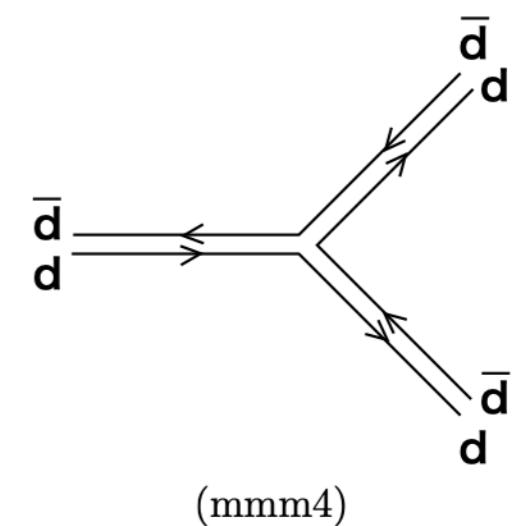


シミュレーションで見つかったもの

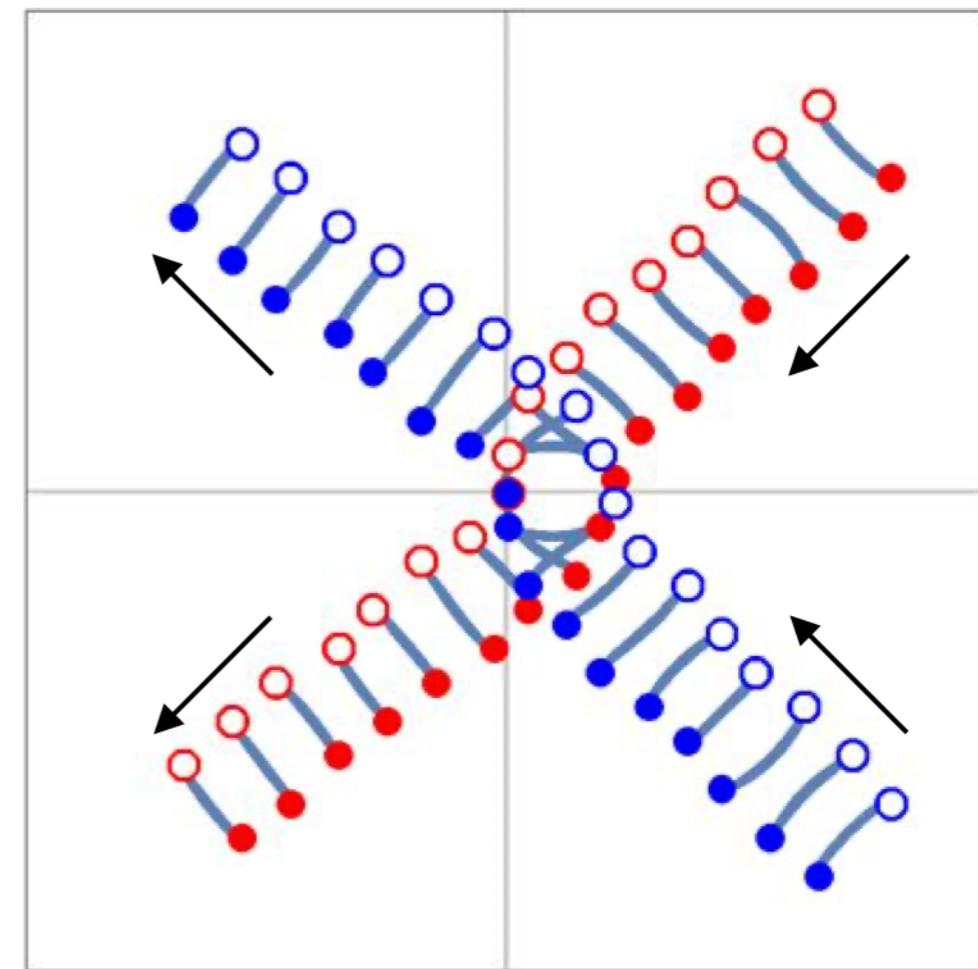
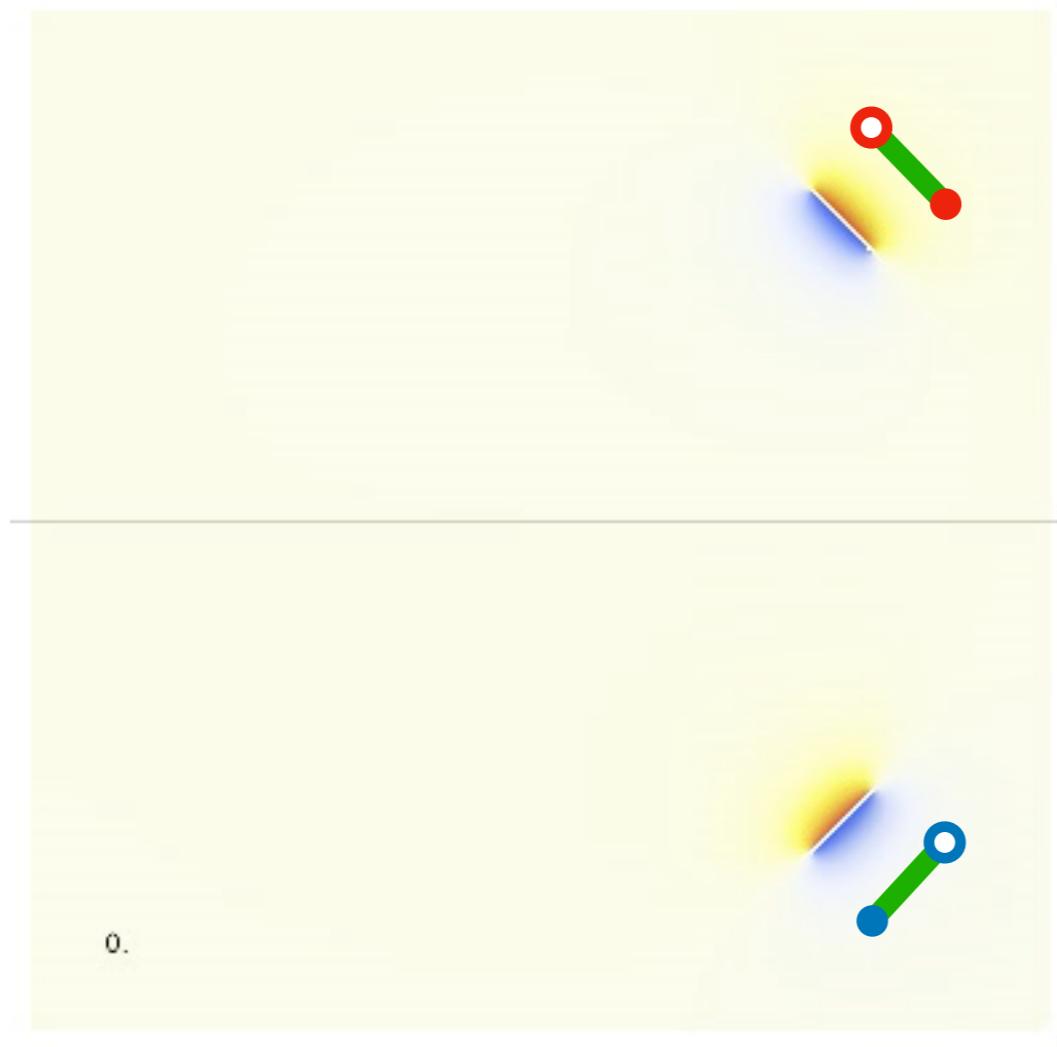


F : u と d の入換

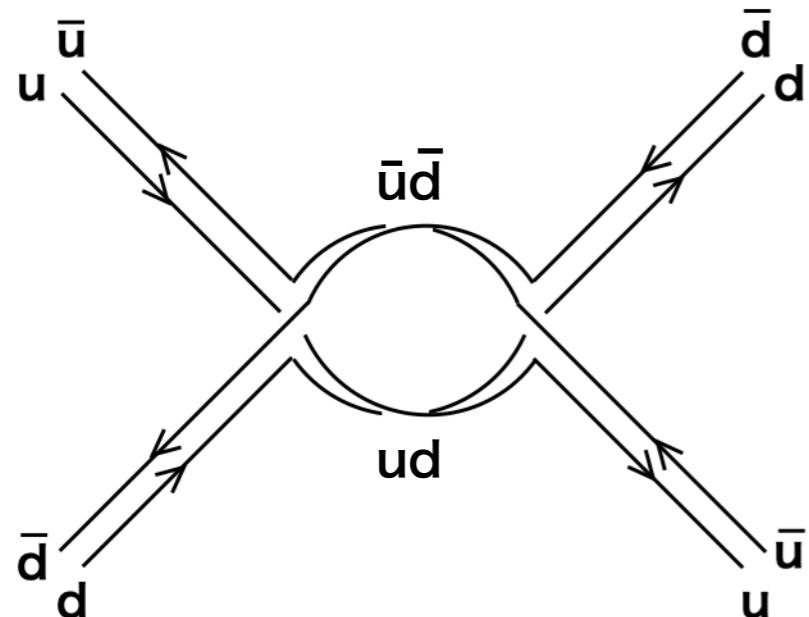
T : 時間反転



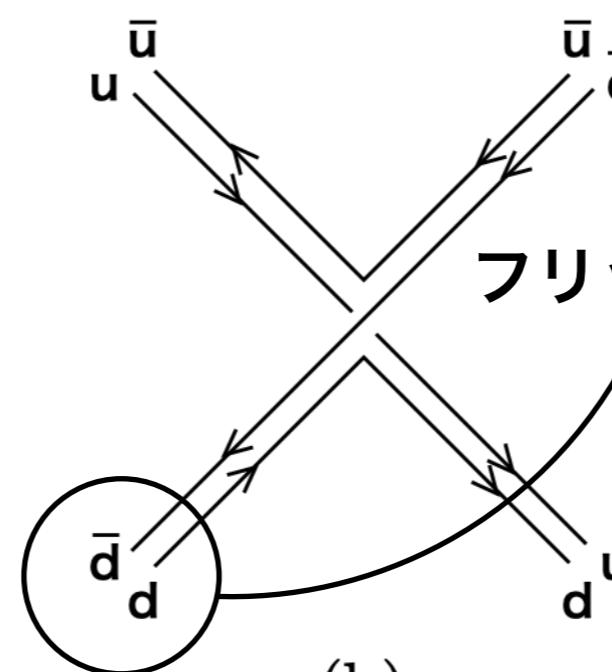
$\bar{u}u$ と $\bar{d}d$ の斜め衝突



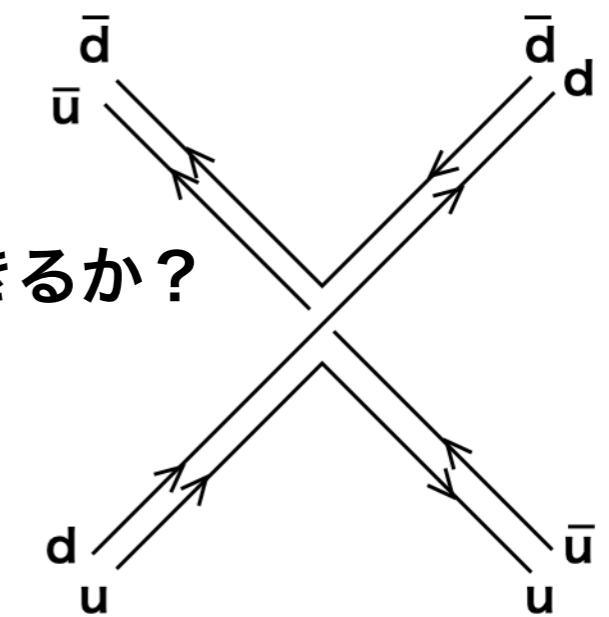
新たに見つかったダイアグラム



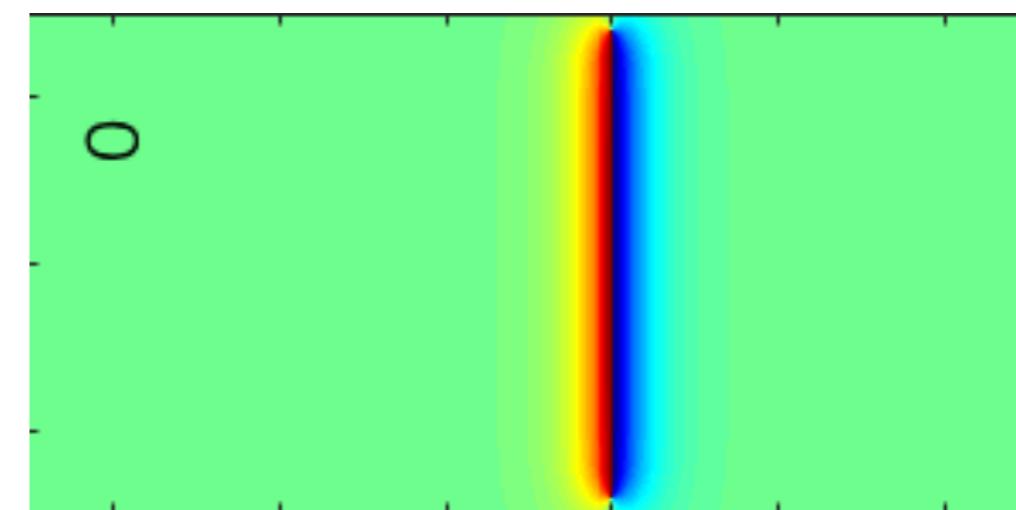
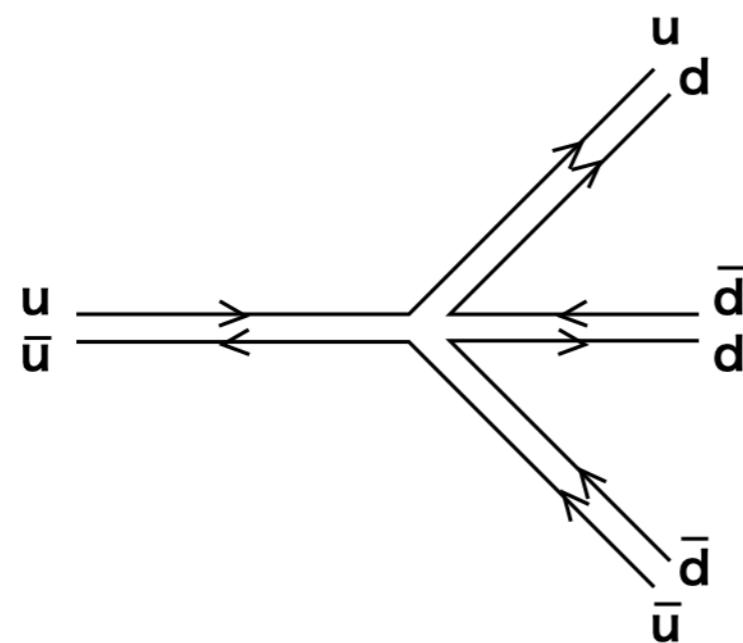
(a)



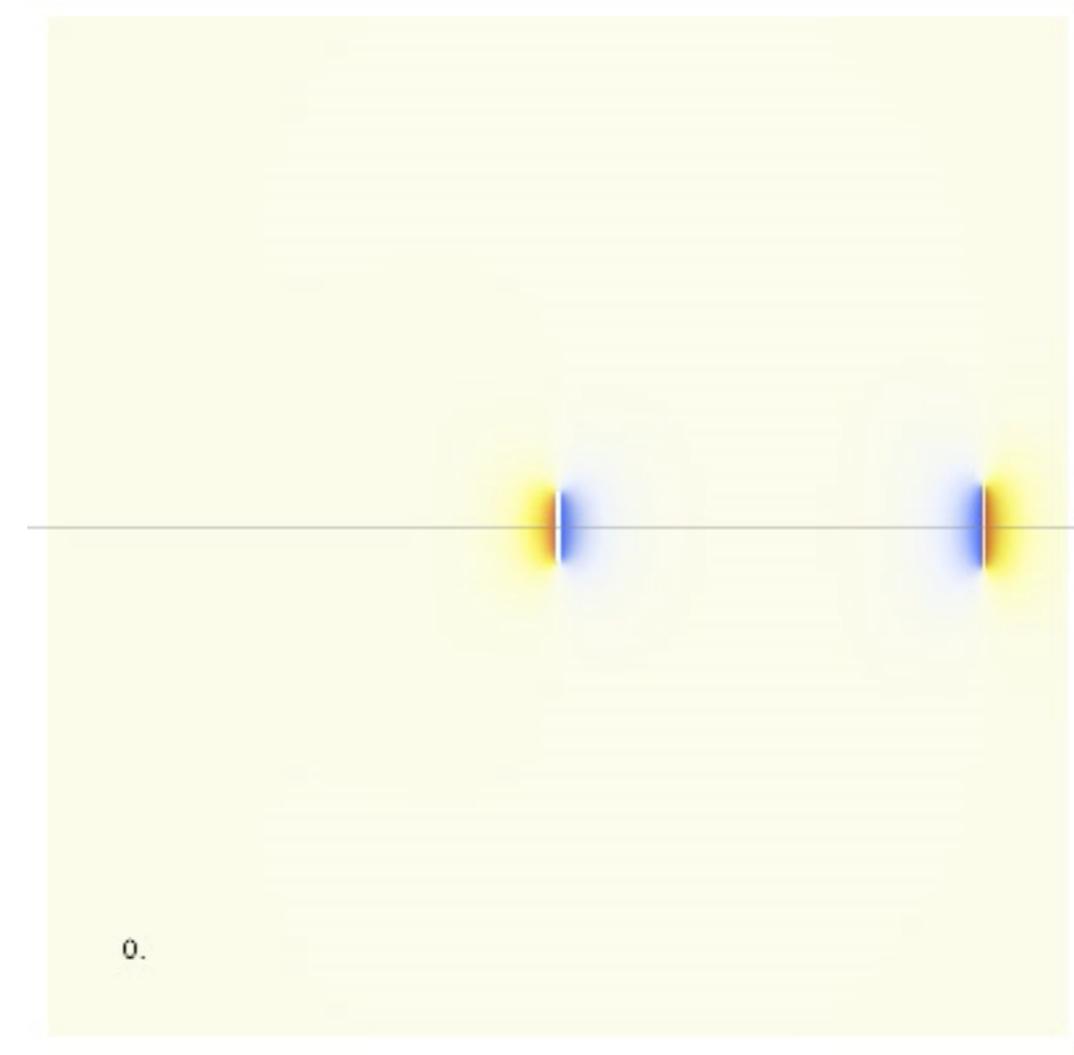
(b)



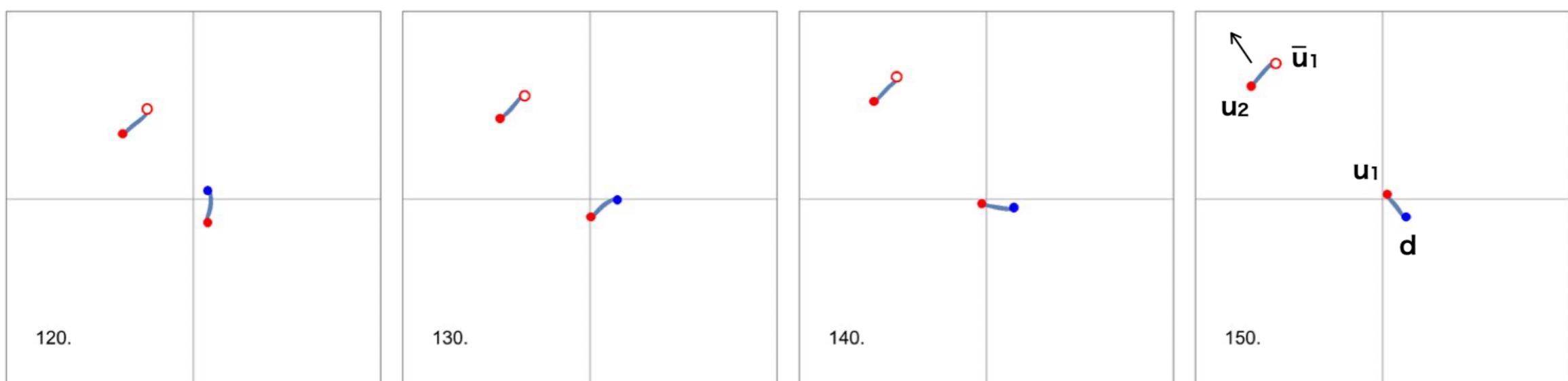
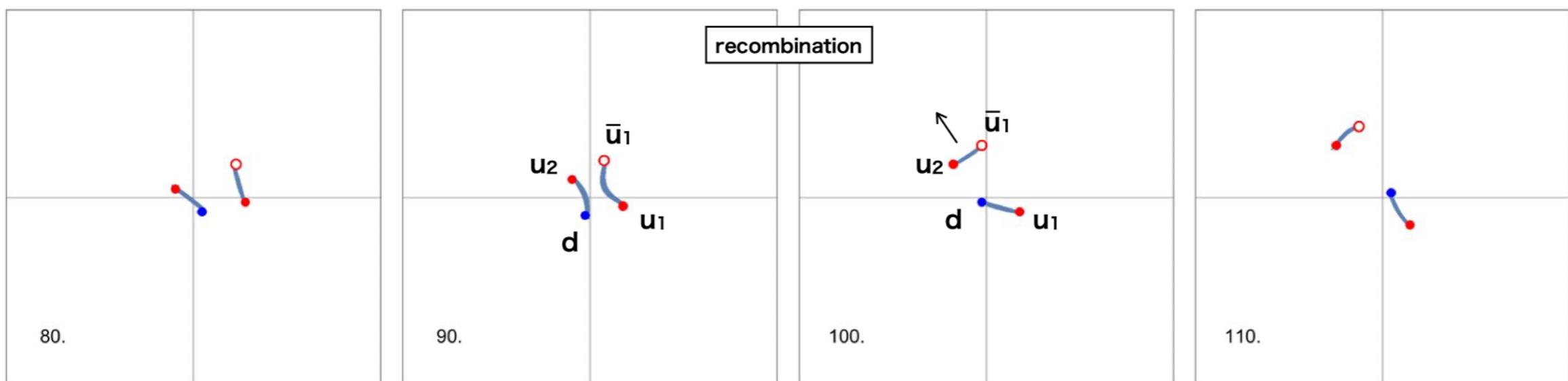
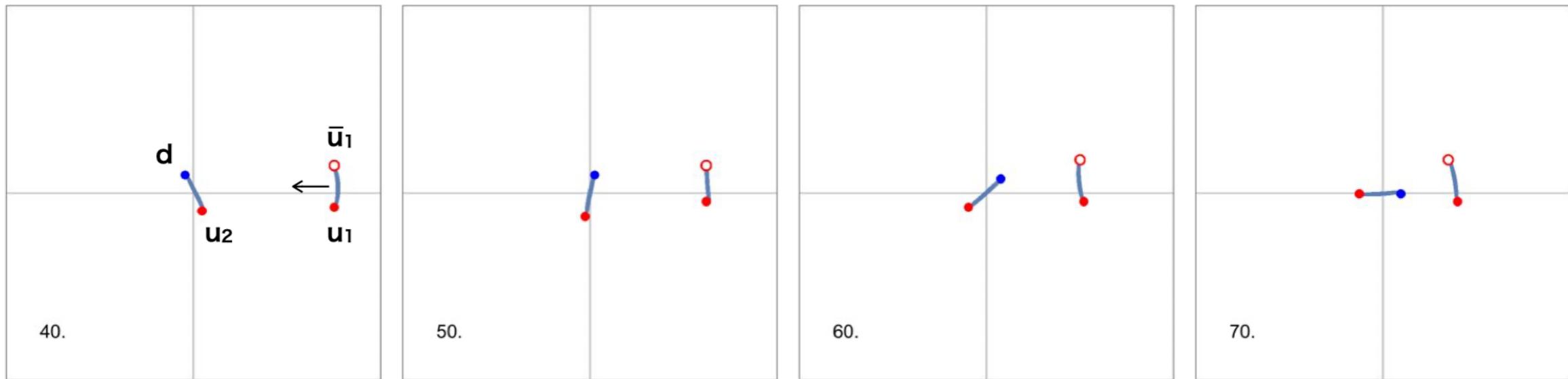
(c)



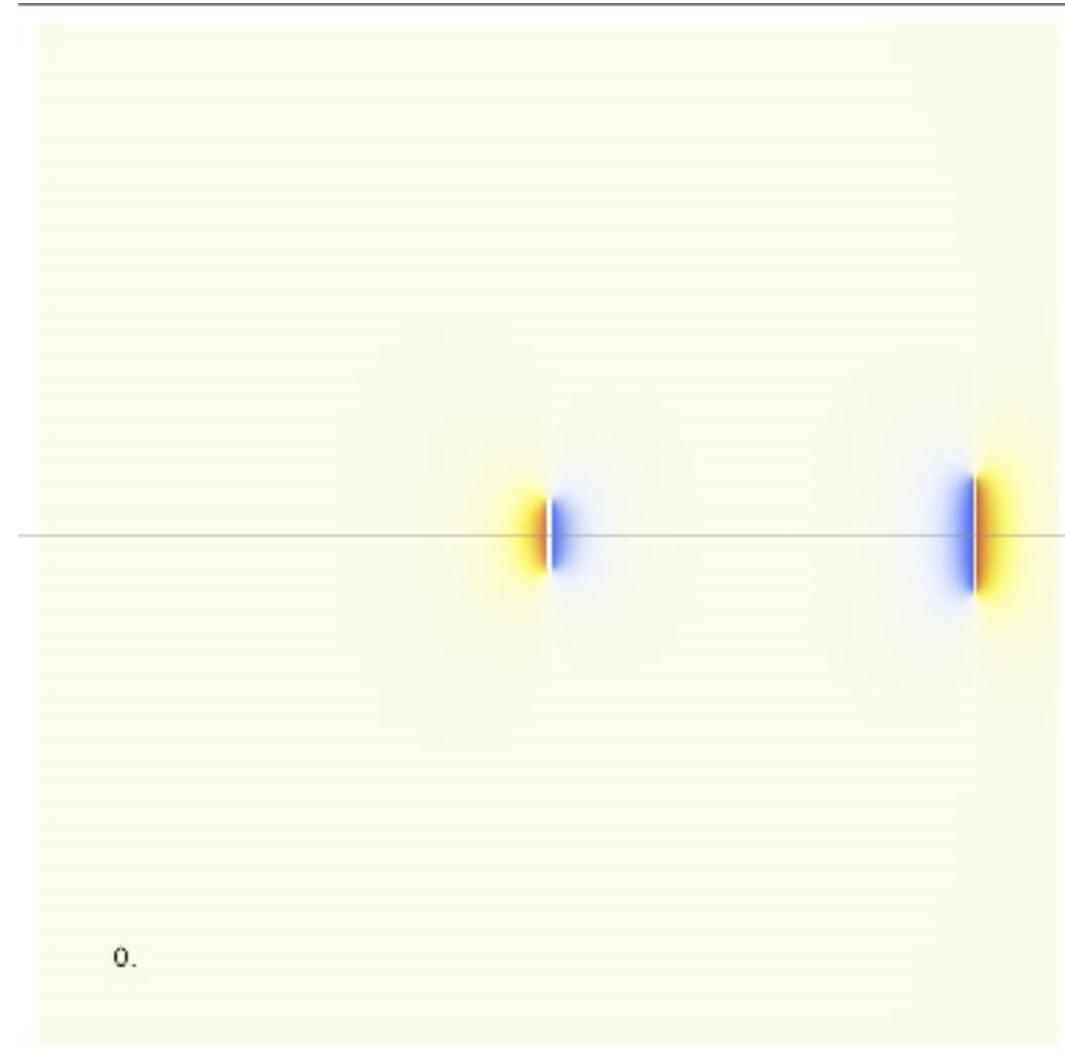
$\bar{u}u$ と ud の衝突

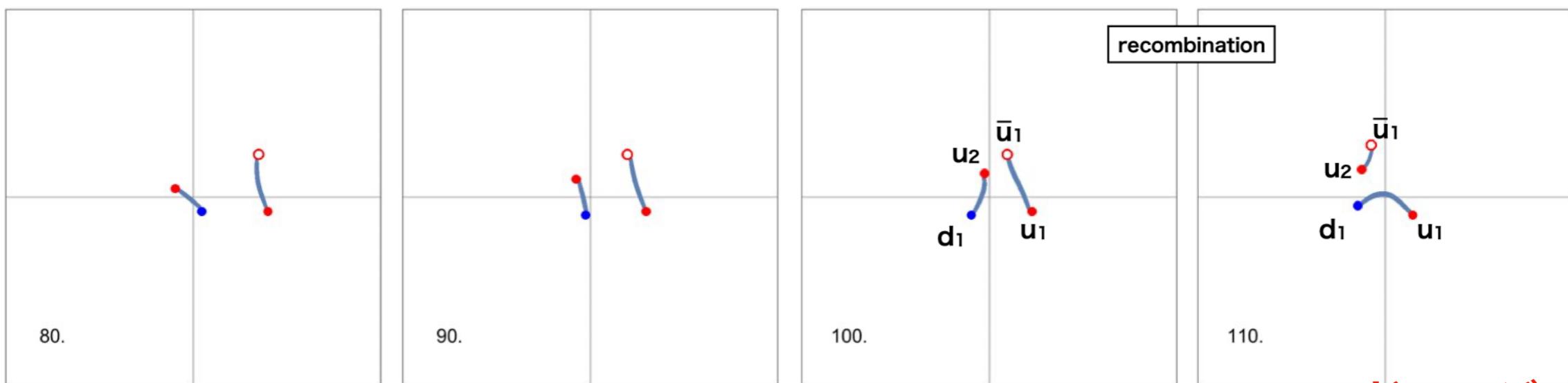
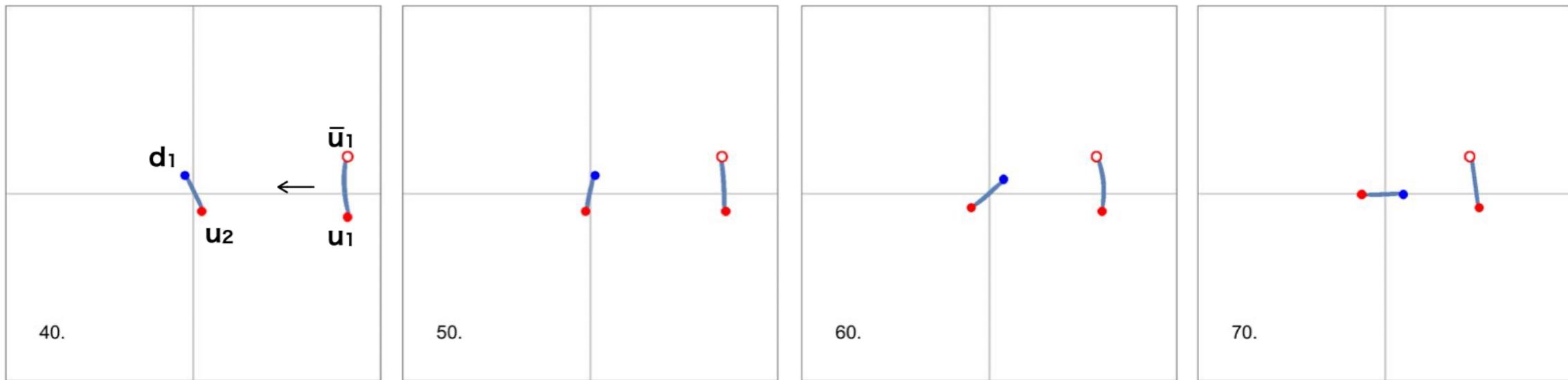


典型的な散乱

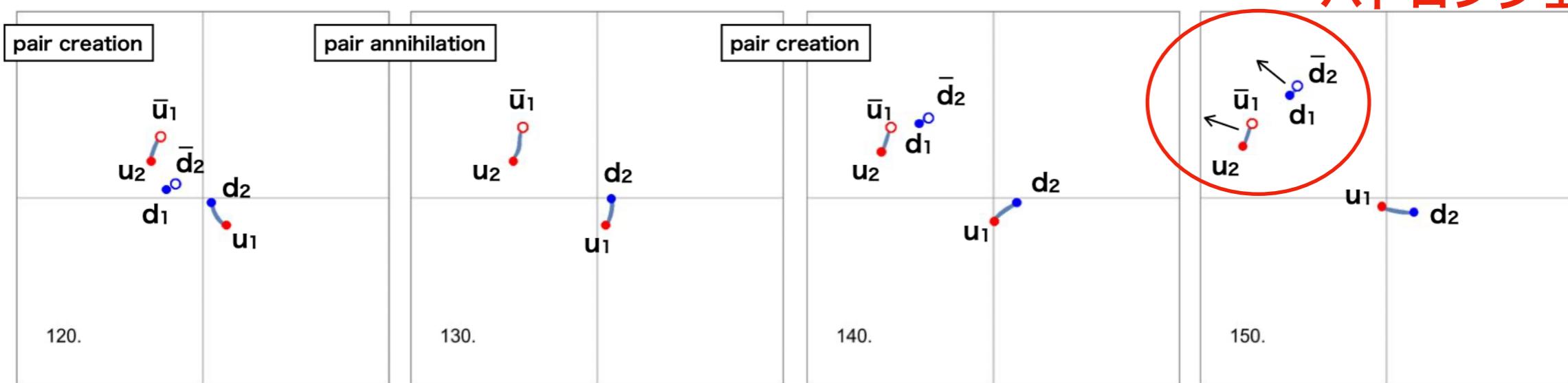


リアケース





ハドロンジェット



まとめ

- BEC系の半整数量子渦は興味深いダイナミクスをもつていて、それ自体が新規で面白い（ファンマン図などである程度理解可能）
- 2+1次元の双対性（渦-粒子）を通じて擬似的にQCDをシミュレート
- 低エネルギーで強結合のQCDの解析は根本的に難しく、ダイナミカルな性質を探るのは大変だが、BEC系は弱結合でお手軽に計算できるし、実験室でも確認できる（はず）