

相対論的重イオン衝突におけるクォークoniumの デコヒーレンスと量子散逸

赤松 幸尚（大阪大学）

2021 年 3 月 29～31 日

KEK 素核宇・物性 連携研究会（オンライン）

Contents

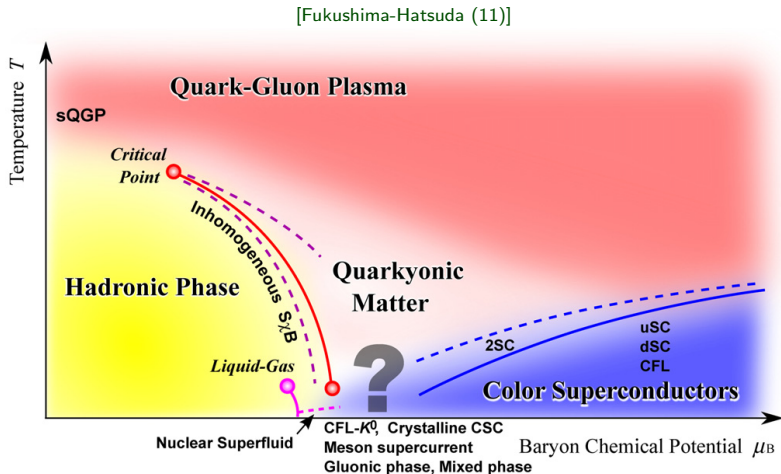
1. イントロダクション
2. 重イオン衝突におけるクォークonium
3. クォークoniumの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

Contents

1. **イントロダクション**
2. 重イオン衝突におけるクォーコニウム
3. クォーコニウムの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

QCD 相図

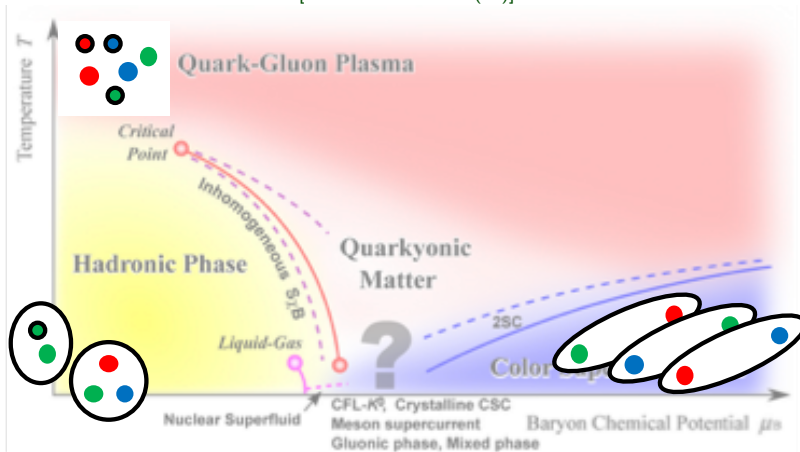
予想図



QCD 相図

特徴的な 3 つの相：ハドロン相、Quark-Gluon Plasma 相、カラー超伝導相

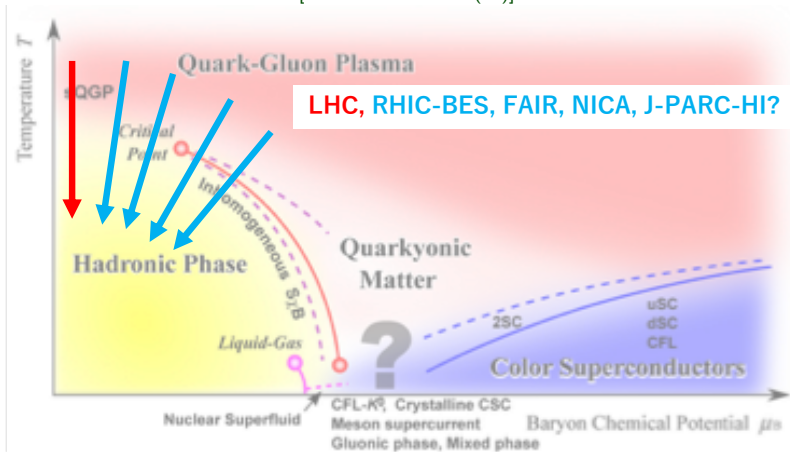
[Fukushima-Hatsuda (11)]



QCD 相図

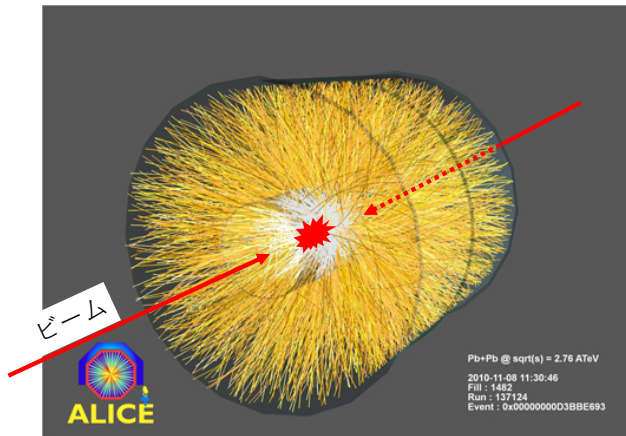
原子核衝突実験で探る QCD 物質

[Fukushima-Hatsuda (11)]



重イオン衝突実験で探る Quark-Gluon Plasma (QGP) の物性

実験とは言うものの制御不可能な部分が多く、一つの自然現象と捉えるスタンスで研究している



- ▶ 低運動量のクォーク・グルーオン
流体力学 (QGP 物理の基盤)
QGP の粘性など
- ▶ 高運動量のクォーク・グルーオン
QGP の阻止能
- ▶ 重クォーク
QGP の摩擦係数
- ▶ 光子・レプトン対
QGP の温度やスペクトル関数
- ▶ クォークコニウム
QGP の遮蔽長?

明らかになってきたこと：予想に反して QGP は「強相関な」非閉じ込め物質

Contents

1. イントロダクション
2. **重イオン衝突におけるクォーコニウム**
3. クォーコニウムの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

J/ψ 抑制の理論

真空中のクォーコニウム（重クォーク対の束縛状態）

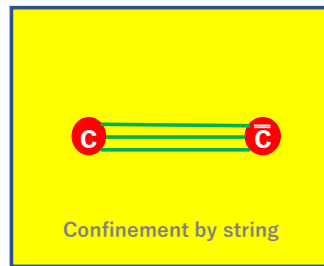
$J^P = 1^-$ のクォーコニウム [Particle Data Group (16)]

	質量	束縛エネルギー *
J/ψ	3.097 GeV	~ 0.6 GeV
$\psi(2S)$	3.686 GeV	~ 0.05 GeV
$\Upsilon(1S)$	9.460 GeV	~ 1 GeV
$\Upsilon(2S)$	10.023 GeV	~ 0.5 GeV
$\Upsilon(3S)$	10.355 GeV	~ 0.2 GeV

* $2m_{D^\pm} = 3.739$ GeV、 $2m_{B^\pm} = 10.559$ GeV から計算した

▶ 量子ゆらぎのスケールよりも重い $\rightarrow$ 非相対論的な量子力学

$$V(r; T=0) = \underbrace{-\frac{\alpha}{r}}_{\text{クーロン}} + \underbrace{\sigma r}_{\text{紐}}$$



$T=0$

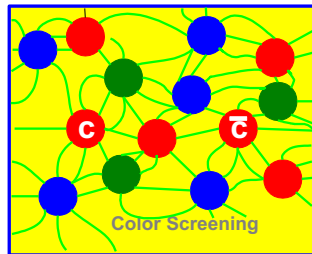
J/ψ 抑制の理論

Quark-Gluon Plasma (QGP) 中のクォーコニウム

- ▶ 温度スケールよりも重い場合、非相対論的な量子力学

$$V(r; T > T_c) = -\frac{\alpha}{r} \underbrace{\exp[-m_D r]}_{\text{遮蔽}}, \quad m_D \propto T$$

- ▶ カラーを持った粒子が閉じ込めから解放されることにより遮蔽
- ▶ $T \gtrsim (1.2 - 1.5)T_c$ ではチャーム対は束縛しない



$$T > T_c$$

重イオン衝突実験での J/ψ の収量抑制は QGP 生成のシグナルになる [Matsui-Satz (86)]

J/ψ 抑制の理論

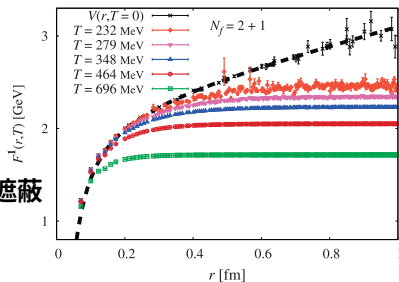
Quark-Gluon Plasma (QGP) 中のクォーコニウム

- ▶ 温度スケールよりも重い場合、非相対論的な量子力学

$$V(r; T > T_c) = -\frac{\alpha}{r} \underbrace{\exp[-m_D r]}_{\text{遮蔽}}, \quad m_D \propto T$$

- ▶ カラーを持った粒子が閉じ込めから解放されることにより遮蔽
- ▶ $T \gtrsim (1.2 - 1.5)T_c$ ではチャーム対は束縛しない

$Q\bar{Q}$ free energy [Maezawa et al (12)]

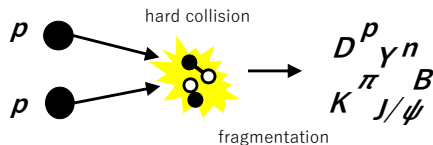


重イオン衝突実験での J/ψ の収量抑制は QGP 生成のシグナルになる [Matsui-Satz (86)]

実験での状況

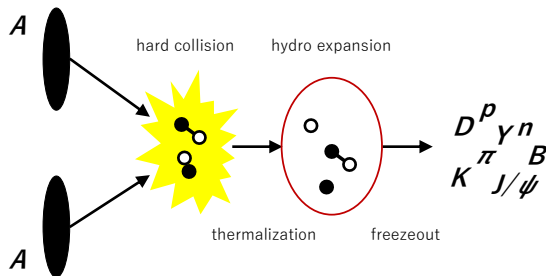
陽子衝突での重クォーク対生成

- ▶ パarton反応により重クォーク対生成
- ▶ その一部が束縛しクォークコニウムになる



原子核衝突での重クォーク対生成

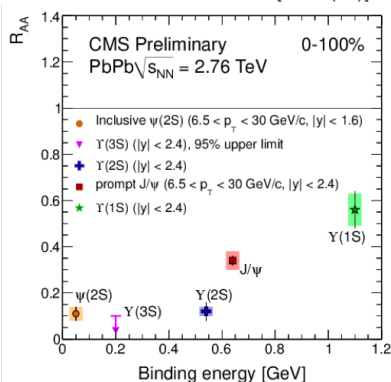
- ▶ パarton反応により重クォーク対生成
- ▶ 熱的環境にさらされた後、終状態が確定する
- ▶ 束縛状態の生成時間は熱化より前？後？
 - ▶ 前なら束縛状態として熱的環境に入る
 - ▶ 後なら would-be-quarkonium として入る
- ▶ 重クォークの多体効果は Υ では小さい



実験での状況

クォーコニウムの $R_{AA} \sim$ 生き残り確率

束縛エネルギーの順に [CMS (13)]

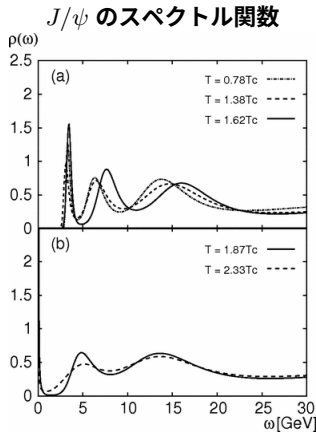


深い束縛状態ほど生き残りやすく、直感的にも理解しやすい
より詳細に理解するには、クォーコニウムの時間発展の記述が必要

理論的な発展

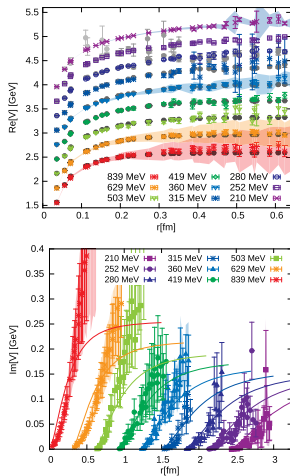
媒質中のスペクトル関数

[Asakawa-Hatsuda (04), Aarts et al (14)]



複素ポテンシャル

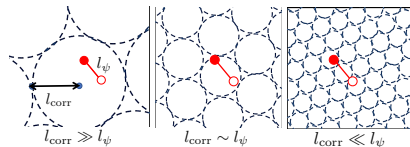
[Laine+ (07), Beraudo+ (08),
Brambilla+ (08), Rothkopf+ (12,15,...)]



確率的ポテンシャル

[Akamatsu-Rothkopf (12), Kajimoto et al (18)]

$$e^{-i[V_R+iV_I]\Delta t} = \langle e^{-i[V_R+\theta]\Delta t} \rangle_\theta$$



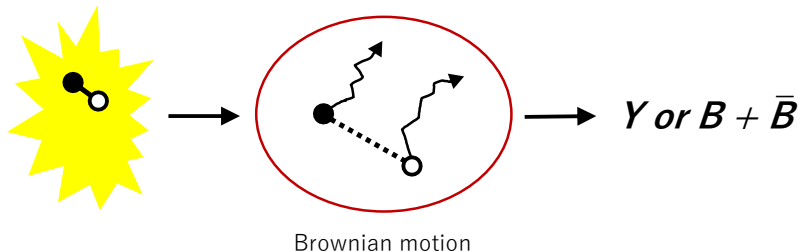
(Figure by Shiori Kajimoto)

幅、虚部、ゆらぎ
→ 動的な媒質効果

理論的な発展

古典的には相互作用する 2 つのブラウン粒子として記述される

- ▶ ブラウン運動における力：摩擦力、ランダム力、2 粒子間ポテンシャル
- ▶ 遮蔽は熱的環境の静的効果 $\leftrightarrow$ 摩擦力、ランダム力は動的効果



束縛状態は量子力学的な記述が必要だが、どうやって動的効果を量子的に記述するか？
→ 量子開放系の理論

Contents

1. イントロダクション
2. 重イオン衝突におけるクォークonium
3. クォークoniumの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

量子開放系とは

全系のヒルベルト空間をシステムと環境の直積空間とする

$$\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_E, \quad H_{\text{tot}} = \underbrace{H_S \otimes I_E}_{\text{システムのみ}} + \underbrace{I_S \otimes H_E}_{\text{環境のみ}} + \underbrace{V_S \otimes V_E}_{\text{相互作用}}$$

興味があるのはシステムの物理量 $A_S \otimes I_E$ の期待値

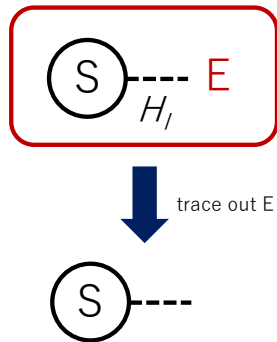
$$\langle A_S(t) \rangle = \text{Tr}_{\text{tot}} [\rho_{\text{tot}}(t)(A_S \otimes I_E)] = \text{Tr}_S \left[A_S \underbrace{\text{Tr}_E \rho_{\text{tot}}(t)}_{\equiv \rho_S(t)} \right]$$

$\rho_S(t)$ の Markov 的な時間発展は Lindblad 方程式で表される

[Gorini-Kossakowski-Sudarshan (76), Lindblad (76)]

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = \frac{1}{i\hbar} [H'_S, \rho_S] + \sum_k \left(L_k \rho_S L_k^\dagger - \frac{1}{2} L_k^\dagger L_k \rho_S - \frac{1}{2} \rho_S L_k^\dagger L_k \right)$$

クォーコニウム $\otimes$ QGP の時に Lindblad 方程式はどんな形か？



Lindblad 方程式について

初期時刻でシステムと環境の相関がない場合

1. 時間発展で $\rho_S(t)$ のトレースは保存し、正値性を保つ

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_E \left[e^{-iH_{\text{tot}}t} \rho_S(0) \otimes \rho_E(0) e^{iH_{\text{tot}}t} \right],$$
$$\text{Tr}_S [\rho_S(t)] = 1, \quad \forall |\alpha\rangle \in \mathcal{H}_S \quad \langle \alpha | \rho_S(t) | \alpha \rangle \geq 0$$

2. Markov 極限では、トレースと正値性を保存する時間発展の生成子が以下の形に書ける

[Gorini-Kossakowski-Sudarshan (76), Lindblad (76)]

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = \frac{1}{i\hbar} [H'_S, \rho_S] + \sum_k \left(L_k \rho_S L_k^\dagger - \frac{1}{2} L_k^\dagger L_k \rho_S - \frac{1}{2} \rho_S L_k^\dagger L_k \right), \quad \text{一般に } \underbrace{H'_S \neq H_S}_{\text{環境との相互作用}}$$

システムと環境の初期の相関 $\delta\rho_{\text{corr}}$ があると、初期条件 $\rho_S(0)$ を限定しないと正値性が保てなくなる

[Stelmachovic-Buzek (01), see also Peschukas (94, 95), Alicki (95)]

QGP の熱化の過程でクォークoniumと相関が生じる可能性はあるが、以降では考えないことにする

Lindblad 方程式について

ミクロな理論からの導出：Born-Markov 近似（相互作用表示）

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = \int_0^\infty ds \underbrace{\langle V_E(s)V_E(0) \rangle}_{\text{環境の相関関数}} \left[V_S(t-s)\rho_S(t)V_S(t) - V_S(t)V_S(t-s)\rho_S(t) \right] + h.c. + \mathcal{O}(V^3)$$

▶ 量子光学的な領域

- ▶ 相互作用が離散的なスペクトルを持つ： $V_S(t) = e^{-i\omega_1 t}\tilde{V}_S(\omega_1) + e^{-i\omega_2 t}\tilde{V}_S(\omega_2) + \dots$

$$\begin{aligned} V_S(t-s)\rho_S(t)V_S(t) &\sim (e^{-i\omega_1(t-s)} + e^{-i\omega_2(t-s)} + \dots)(e^{i\omega_1 t} + e^{i\omega_2 t} + \dots) \\ &\sim e^{i\omega_1 s} \left[1 + e^{i\Delta\omega t} \right] + e^{i\omega_2 s} \left[1 + e^{i\Delta\omega t} \right] + \dots \quad \text{速い振動項を落とす（回転波近似）} \\ &\sim e^{i\omega_1 s}\tilde{V}_S(\omega_1)\rho_S(t)\tilde{V}_S^\dagger(\omega_1) + \dots \quad \rightarrow \quad L_\omega \propto \tilde{V}_S(\omega) \end{aligned}$$

▶ 量子ブラウン運動の領域（← 以下の話はこっち）

- ▶ システムの時間発展が遅い：微分展開で近似する

$$V_S(t-s) \sim V_S(t) - s\dot{V}_S(t) + \dots = V_S(t) - is[H_S, V_S(t)] + \dots \quad \rightarrow \quad L \propto V_S - \frac{i}{4T}\dot{V}_S + \dots$$

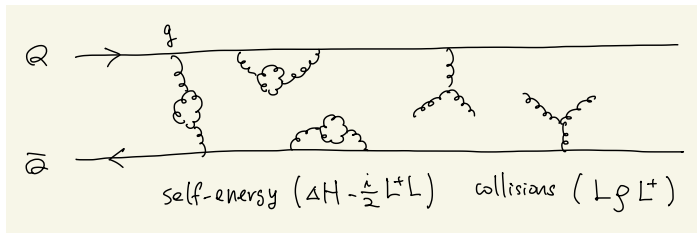
非相対論的近似 (NRQCD) [Akamatsu (15, 20)]

▶ システムと環境の相互作用

$$H_I = gA_0(x_Q) - gA_0(x_{Q_c}) = \int_k \underbrace{(e^{ikx_Q} - e^{ikx_{Q_c}})}_{= V_S(k)} \otimes \underbrace{g\tilde{A}_0(k)}_{= V_E(k)}$$

▶ Lindblad 演算子

$$L_k \sim \underbrace{\sqrt{\tilde{D}(k)}}_{\text{rate}^{1/2} \propto g} \left[\underbrace{(e^{ikx_Q} - e^{ikx_{Q_c}})}_{\text{運動量移行 } k \text{ の散乱}} + \underbrace{\mathcal{O}(\dot{x}_Q, \dot{x}_{Q_c})}_{\text{微分展開}} \right] + \underbrace{\mathcal{O}(g^2)}_{\text{摂動展開}}$$



モデル化するときは、複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ を与えればよい

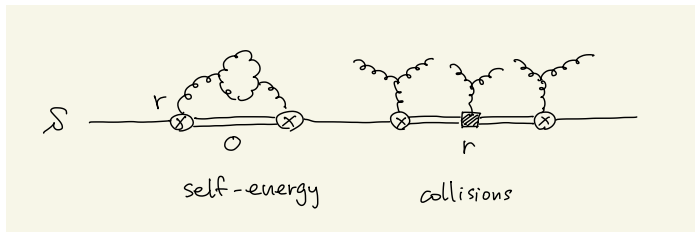
非相対論＋双極子近似 (potential NRQCD) [Brambilla et al (17,18), Akamatsu (20)]

▶ システムと環境の相互作用

$$H_I = -gE(R)r \quad : \quad R, r \text{ は重心、相対座標}$$

- ▶ 双極子が小さい時、ゲージ不変で非摂動的な展開が可能 → 展開係数は物理量
- ▶ Lindblad 演算子

$$L \sim \underbrace{\sqrt{\kappa}}_{\text{輸送係数}} \left[r + \underbrace{\mathcal{O}(\dot{r})}_{\text{微分展開}} \right] + \underbrace{\mathcal{O}(r^2)}_{\text{small-}r}$$



未知係数：輸送係数（運動量拡散係数） κ とハミルトニアンの熱的補正 $\Delta H_S \propto r^2$ の係数 γ

クォークoniumのカラー自由度のダイナミクス

システムのヒルベルト空間

$$\mathcal{H}_S = \underbrace{\mathcal{H}_{\text{conf}}}_{\text{相対座標 } r} \otimes \underbrace{\mathcal{H}_{\text{color}}}_{= 1 \oplus 8}$$

ハミルトニアン：カラー 1 重項は引力、8 重項は斥力

$$H'_S = \frac{p_r^2}{M} + V(r) + \dots, \quad V(r) = \frac{\alpha_s}{r} e^{-m_D r} \times \begin{cases} -\frac{4}{3} & (\text{singlet}) \\ \frac{1}{6} & (\text{octet}) \end{cases}$$

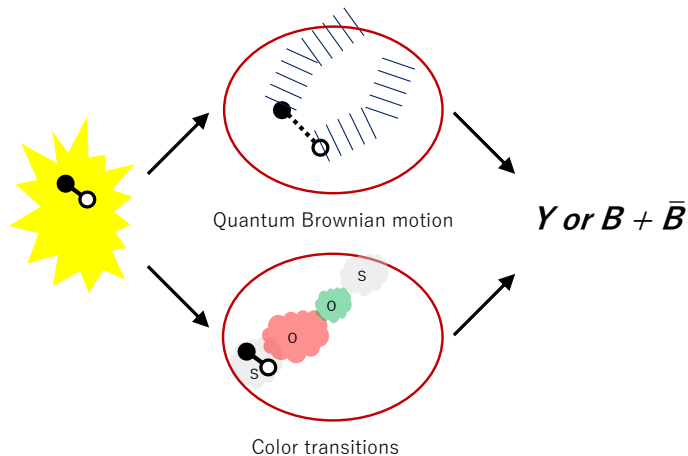
Lindblad 演算子：散乱と同時にカラー状態間の遷移が起こる

$$L \sim \sqrt{\tilde{D}(k)} (\underbrace{e^{ikx_Q} - e^{ikx_{Q_c}}}_{\text{運動量移行 } k \text{ の散乱}}) \otimes \underbrace{\{|s\rangle\langle o|, |o\rangle\langle s|, |o\rangle\langle o|\}}_{\text{カラー遷移}} + \mathcal{O}(\dot{x}_Q, \dot{x}_{Q_c}, g^2)$$

通常の量子ブラウン運動に加えて、カラー遷移のダイナミクスが混ざる

クォークoniumの量子ブラウン運動

(通常の) 量子ブラウン運動 $\otimes$ カラー遷移



数値計算の前に知っておきたいこと：Lindblad 方程式の定常状態、対称性

Contents

1. イントロダクション
2. 重イオン衝突におけるクォーコニウム
3. クォーコニウムの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 – 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

Lindblad 方程式の定常状態について

システムのヒルベルト空間が有限次元の場合

- ▶ 原理的には、 $\dot{\rho}_S = \mathcal{L}[\rho_S]$ の $\mathcal{L}$ を演算子基底で展開した時のゼロモードを求めればよい
- ▶ 必ず一つ以上の定常状態が存在する（長時間平均）
- ▶ 定常状態が唯一つであれば、任意の初期条件からそこに緩和する（振動解はない） [Schirmer-Wang (10)]

無限次元の場合は、定常状態が存在しない場合すらある

環境が熱平衡にあることを仮定したが、システムは熱平衡状態に緩和するのか？

- ▶ 量子光学的な Lindblad 方程式は、ボルツマン分布に緩和する
- ▶ 量子ブラウン運動の Lindblad 方程式では、微分展開を NLO までとることが重要である
c.f. 古典極限（=Caldeira-Leggett 模型）でボルツマン分布に緩和することは言える

熱平衡化における微分展開の NLO の重要性

Lindblad 方程式の定常状態はボルツマン分布か？ (簡単のため、重クォーク 1 個で考える)

- ▶ 微分展開の最低次 (LO) の場合、詳細つり合いを満たさない

$$\underbrace{L_k = \sqrt{\tilde{D}(k)} e^{ikx_Q}}_{p_Q \rightarrow p_Q + k \text{ with rate } \tilde{D}(k)} \rightarrow \underbrace{\Gamma_{p_Q \rightarrow p_Q + k} = \Gamma_{p_Q + k \rightarrow p_Q}}_{\because \tilde{D}(k) = \tilde{D}(-k)} \rightarrow T = \infty$$

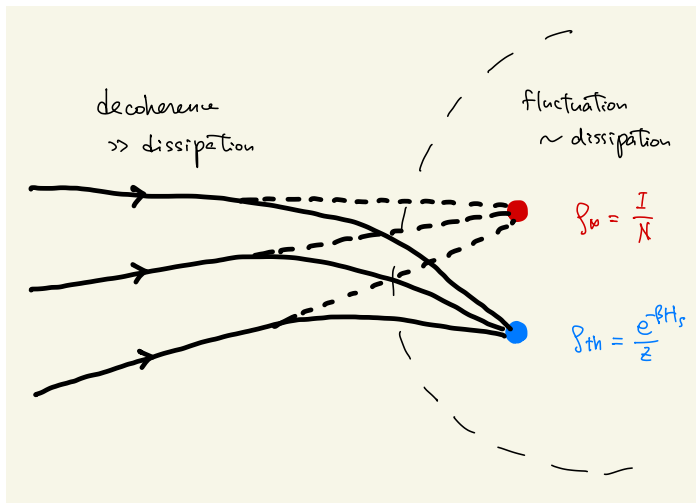
- ▶ 微分展開の NLO まで残した場合、近似的に詳細つり合いを満たす

$$L_k = \sqrt{\tilde{D}(k)} e^{ikx_Q} \underbrace{\left[1 - \frac{kp_Q}{4MT} - \frac{k^2}{8MT} \right]}_{\text{rate への補正を与える}} \rightarrow \frac{\Gamma_{p_Q \rightarrow p_Q + k}}{\Gamma_{p_Q + k \rightarrow p_Q}} = \underbrace{\left(\frac{1 + \frac{\Delta E}{4T}}{1 - \frac{\Delta E}{4T}} \right)^2}_{\Delta E = E_{p_Q} - E_{p_Q + k} \lesssim T \text{ で誤差 } 3\%} \simeq e^{\Delta E/T}$$

- ▶ 物理的には、LO で熱ゆらぎ (デコヒーレンス)、NLO で散逸効果が入ってくる
- ▶ クォークoniumのカラー自由度についても、NLO で初めて $V_{\text{singlet}}(r) \neq V_{\text{octet}}(r)$ が考慮される

熱平衡化における微分展開の NLO の重要性

密度行列の空間における軌跡のイメージ



クォークoniumの Lindblad 方程式の対称性

全系に対する対称性

$$\text{システム} : \quad \Psi(x) \xrightarrow{\mathcal{U}} \Psi^{\mathcal{U}}(x)$$

$$\text{環境} : \quad \phi(x) \xrightarrow{\mathcal{U}} \phi^{\mathcal{U}}(x)$$

Lindblad 方程式の対称性

$$\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \langle \Psi(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}', t)^* \rangle \quad \xrightarrow{\mathcal{U}} \quad \rho_S^{\mathcal{U}\mathcal{U}^*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \langle \Psi^{\mathcal{U}}(\mathbf{r}, t) \Psi^{\mathcal{U}}(\mathbf{r}', t)^* \rangle$$

$$\dot{\rho}_S = \mathcal{L}[\rho_S] \quad \xrightarrow{\mathcal{U}} \quad \dot{\rho}_S^{\mathcal{U}\mathcal{U}^*} = \mathcal{L}[\rho_S^{\mathcal{U}\mathcal{U}^*}]$$

$\mathcal{U}$ の例：Global なカラー回転、パリティ、荷電共役

$N_c = 2$ の “spinor conjugation” 対称性 [Kajimoto et al (in prep.)]

$N_c = 2$ の時、もう少し強い対称性の制約がある

1. $SU(2)$ は pseudo-real なので、反クォークの反カラーをカラーで書くことができる

$$\bar{\uparrow} = \downarrow, \quad \bar{\downarrow} = -\uparrow$$

2. グルーオンからは、カラーの担い手は区別できない (矢印はスピンではない)

3. この対称性変換 ($S = \text{spinor conjugation}$) の具体形

$$\Psi_{ij}(r) \equiv \underbrace{\langle R + r/2, i; }_{\text{HQ}} \underbrace{R - r/2, \bar{j} | \Psi \rangle}_{\text{anti HQ}}$$

$$\text{システム} : \Psi_{ij}(t, r) \xrightarrow{S} \Psi_{ij}^S(t, r) = -\epsilon_{il}\epsilon_{jk} \Psi_{kl}(t, -r)$$

$$\text{環境} : \phi(x) \xrightarrow{S} \phi(x) \quad (\text{不変})$$

4. S の固有値 ± 1 ($\because S^2 = 1$)

$S = 1$: parity-odd color-singlet or parity-even color-triplet

$S = -1$: parity-even color-singlet or parity-odd color-triplet

5. Lindblad 方程式は以下の密度行列に対して同じ

$$\langle \Psi(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}', t)^* \rangle, \quad \underbrace{\langle \Psi^S(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}', t)^* \rangle, \quad \langle \Psi(\mathbf{r}, t) \Psi^S(\mathbf{r}', t)^* \rangle, \quad \langle \Psi^S(\mathbf{r}, t) \Psi^S(\mathbf{r}', t)^* \rangle}_{\rightarrow \text{より強い対称性の制約}}$$

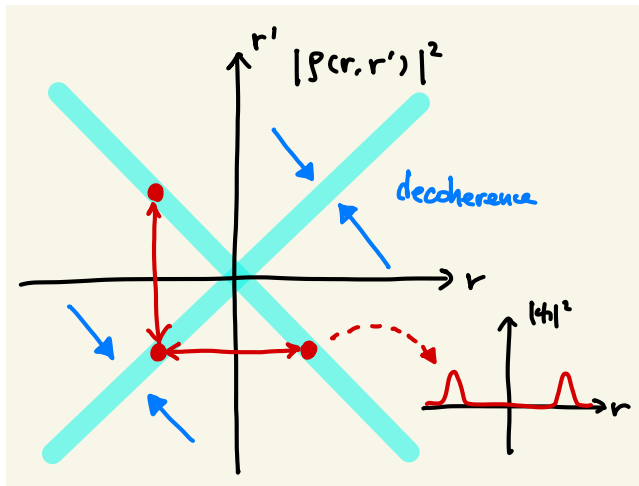
よって、 S -選択則が成り立つ

$$[\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)]_{\text{singlet}} = \mp [\rho_S(-\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)]_{\text{singlet}} = \mp [\rho_S(\mathbf{r}, -\mathbf{r}', t)]_{\text{singlet}}$$

$$[\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)]_{\text{triplet}} = \pm [\rho_S(-\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)]_{\text{triplet}} = \pm [\rho_S(\mathbf{r}, -\mathbf{r}', t)]_{\text{triplet}}$$

$N_c = 2$ の密度行列の時間発展 [Kajimoto et al (in prep.)]

デコヒーレンスを受けても長距離相関が残る

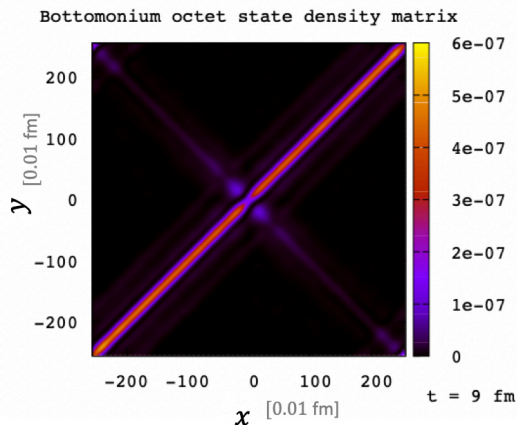
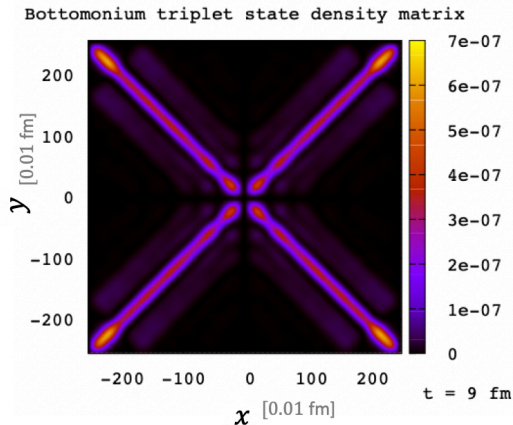


$N_c = 2$ の密度行列の時間発展 [Kajimoto et al (in prep.)]

デコヒーレンスを受けても長距離相関が残る

SU(2)

SU(3)



Contents

1. イントロダクション
2. 重イオン衝突におけるクォークonium
3. クォークoniumの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

数値計算の現状

多くの数値計算で、混合状態の波動関数のサンプルを生成する (stochastic unravelling)

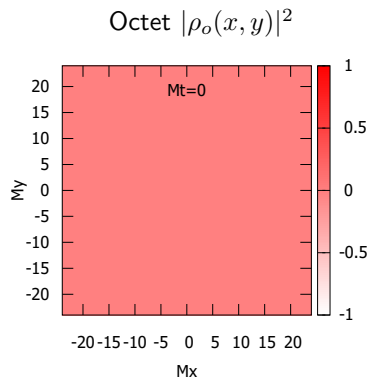
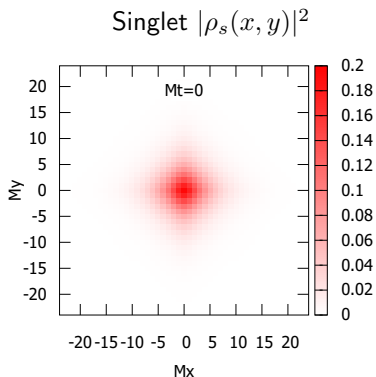
	NRQCD	pNRQCD
クォーク間距離 結合定数 数値計算	大きくても可 弱結合のとき 1次元が限界か	小さいとき 強結合も可 回転対称な3次元計算は可能

NRQCD	散逸	数値計算法
1次元、U(1)	なし	確率的ポテンシャル [Akamatsu-Rothkopf (12), Kajimoto et al (18)]
3次元、U(1)	なし	確率的ポテンシャル [Rothkopf (14)]
1次元、SU(3)	なし	確率的ポテンシャル [Sharma-Tiwari (20), Kajimoto et al (in prep.)]
1次元、U(1)	あり	Quantum state diffusion 法 [Akamatsu et al (19), Miura et al (20)]
1次元、SU(3)	あり	Quantum state diffusion 法 [Miura et al (in prep.)]
1次元、U(1)	あり	密度行列の時間発展 [Alund et al (21)]
pNRQCD	散逸	数値計算法
S+P 波、SU(3)	なし	密度行列の時間発展 [Brambilla et al (17, 18)]
3次元、SU(3)	なし	Quantum jump 法 [Brambilla et al (20)]
1次元、SU(3)	あり	Quantum state diffusion 法 [Miura-Kaida et al (in prog.)]

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \quad \rightarrow \quad \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$

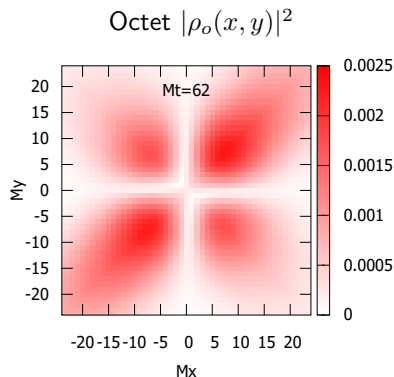
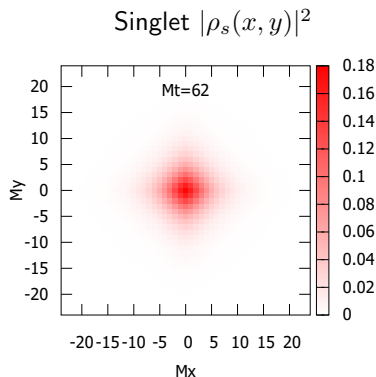


Singlet 基底状態

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \quad \rightarrow \quad \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$

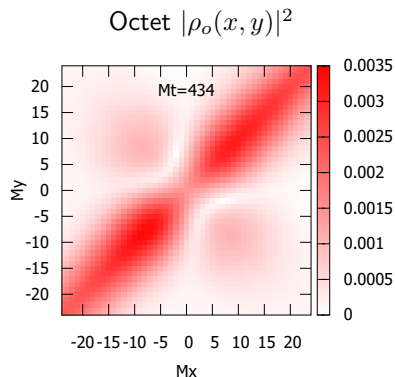
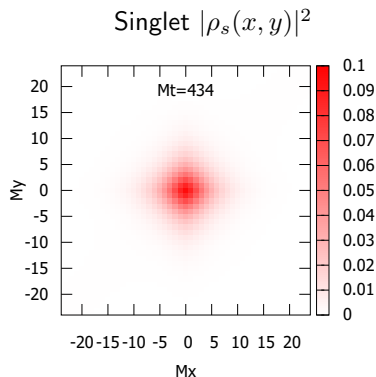


Singlet 基底状態 $\rightarrow$ Octet に双極子的に励起

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \quad \rightarrow \quad \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$

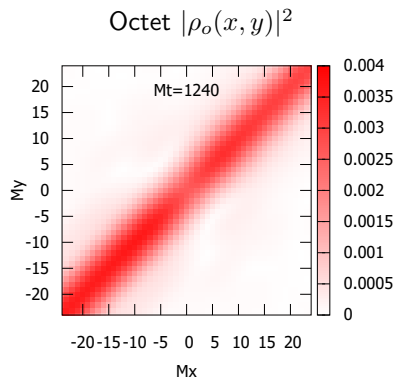
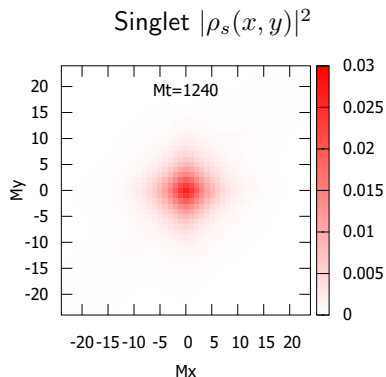


Singlet 基底状態 $\rightarrow$ Octet に双極子的に励起 $\rightarrow$ Octet でデコヒーレンスを受ける

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \quad \rightarrow \quad \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$

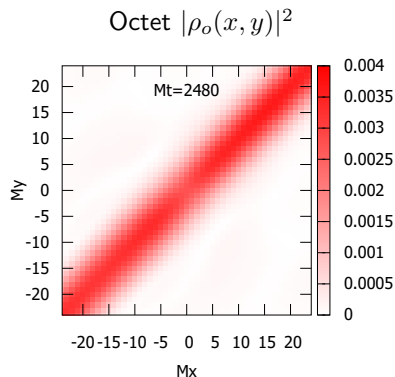
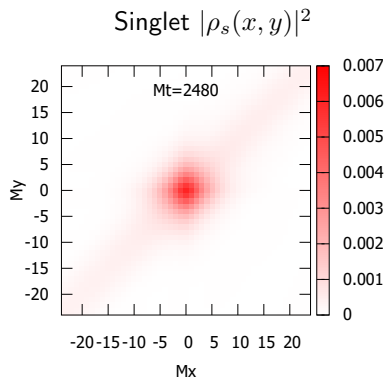


Singlet 基底状態 $\rightarrow$ Octet に双極子的に励起 $\rightarrow$ Octet でデコヒーレンスを受ける

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \quad \rightarrow \quad \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$

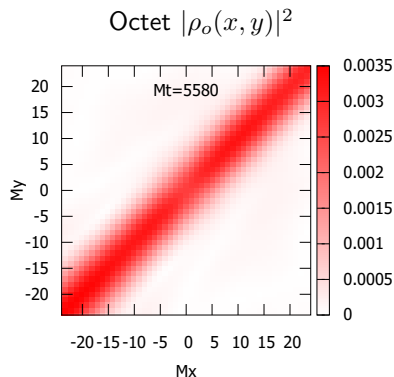
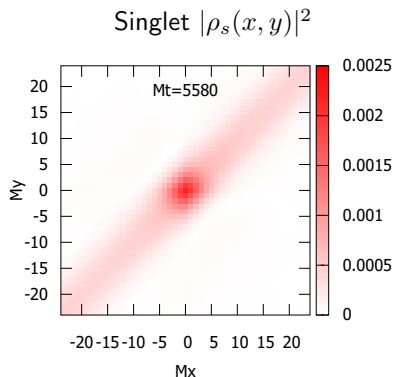


Singlet 基底状態 $\rightarrow$ Octet に双極子的に励起 $\rightarrow$ Octet でデコヒーレンスを受ける $\rightarrow$ Singlet に脱励起

NRQCD の Lindblad 方程式：密度行列（空間表示） [Miura et al (in prep.)]

複素ポテンシャル $V(r) = V_{\text{Debye}}(r) - i(D(0) - D(r))$ のモデル化

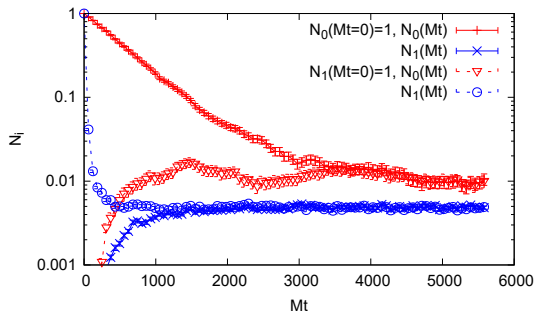
$$V_{\text{Debye}}(r) = -\frac{0.3}{r}e^{-2Tr}, \quad D(r) = \frac{T}{\pi}e^{-(Tr)^2}, \quad T = 0.1M \rightarrow \text{QGP の “分解能” } \ell \sim 1/T = 10/M$$



Singlet 基底状態 $\rightarrow$ Octet に双極子的に励起 $\rightarrow$ Octet でデコヒーレンスを受ける $\rightarrow$ Singlet に脱励起

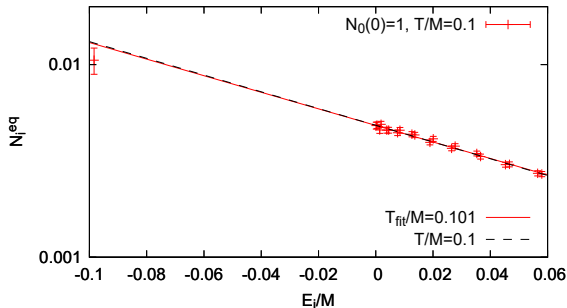
NRQCD の Lindblad 方程式：熱平衡化 [Miura et al (in prep.)]

固有状態の占有確率の時間発展



初期条件によらず定常状態に収束する

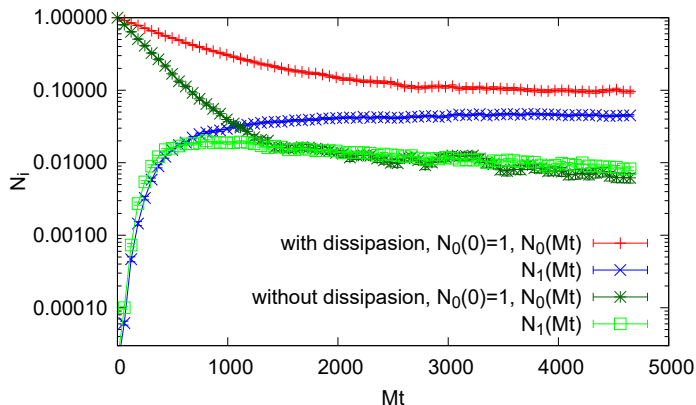
定常状態の占有確率



環境の温度のボルツマン分布に漸近する

NRQCD の Lindblad 方程式：熱平衡化における量子散逸の効果 [Miura et al (20)]

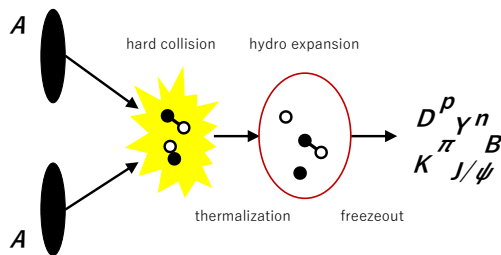
固有状態の占有確率の時間発展



散逸なしではどの状態も同じ占有確率に向かう
早い時間から違いが出る

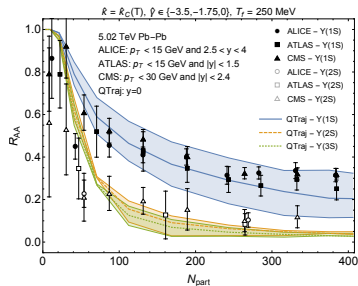
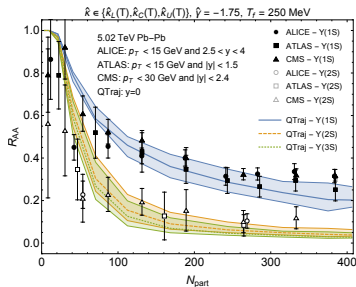
pNRQCD の Lindblad 方程式 [Brambilla et al (20)]

- ▶ 初期条件：ガウス波束
- ▶ Lindblad 方程式：
 - パラメタ κ, γ (格子計算)
 - 散逸なし ($\dot{r}$ 項を無視)
 - Quantum jump 法
- ▶ QGP 温度：
 - 流体中の経路平均 $\langle T(t) \rangle_{\text{path}}$
- ▶ Freezeout：
 - 励起状態 (2S, 1P, 3S, 2P) の Feeddown



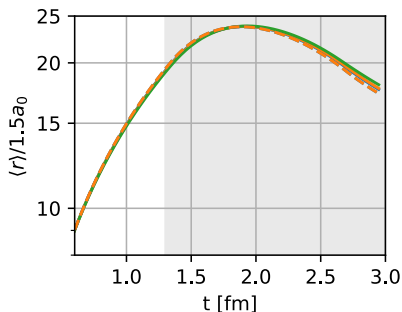
pNRQCD の Lindblad 方程式 [Brambilla et al (20)]

- ▶ 初期条件：ガウス波束
- ▶ Lindblad 方程式：
 - パラメタ κ, γ (格子計算)
 - 散逸なし ($\dot{r}$ 項を無視)
 - Quantum jump 法
- ▶ QGP 温度：
 - 流体中の経路平均 $\langle T(t) \rangle_{\text{path}}$
- ▶ Freezeout：
 - 励起状態 (2S, 1P, 3S, 2P) の Feeddown



Reasonable な κ, γ で実験データを説明できる

- ▶ 初期条件：ガウス波束
- ▶ Lindblad 方程式：
 - パラメタ κ, γ (格子計算)
 - 散逸なし ($\dot{r}$ 項を無視)
 - Quantum jump 法
- ▶ QGP 温度：
 - 流体中の経路平均 $\langle T(t) \rangle_{\text{path}}$
- ▶ Freezeout：
 - 励起状態 (2S, 1P, 3S, 2P) の Feeddown



Reasonable な κ, γ で実験データを説明できる
しかし、双極子近似の適用外 ($20a_0 \sim 4\text{fm} \gg 1\text{fm} \gtrsim 1/T$)
さらに、量子散逸の効果も含まれていない

Contents

1. イントロダクション
2. 重イオン衝突におけるクォークonium
3. クォークoniumの Lindblad 方程式
4. Lindblad 方程式の性質 — 定常状態、対称性
5. Lindblad 方程式の数値計算
6. まとめ

クォークoniumを量子開放系として記述することで、QGP の基本的な物理量が推定できる

- ▶ NRQCD：QGP の基本的な長さスケール（デバイ遮蔽長と分解能）
- ▶ pNRQCD：運動量拡散係数 κ と自己エネルギー係数 γ

クォークoniumの Lindblad 方程式は未完

- ▶ NRQCD：クォーク間距離の制限はないが、非摂動領域ではモデルでしかない
- ▶ pNRQCD：非摂動領域でも適用できるが、双極子近似が使える状況は短時間のみ
- ▶ $T \lesssim 200\text{MeV}$ では量子ブラウン運動の仮定が破れるかもしれない

$$\text{QGP の相関時間} \sim \frac{1}{T} \ll \text{クォークoniumの軌道周期} \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{110\text{MeV}}$$

Lindblad 方程式のシミュレーション

- ▶ NRQCD：密度行列がデコヒーレンスし、量子散逸とバランスすることで熱平衡化する
- ▶ pNRQCD：本格的なシミュレーションが始まった
- ▶ NRQCD と pNRQCD のシミュレーションを比較することで、双極子近似の妥当性を検証したい
- ▶ 量子コンピュータを用いたシミュレーション? [Hu-Zia-Kais (20), de Jong et al (20)]