

量子エンタングルメント生成消滅における 相対論的因果律と粒子生成

日高義将
(KEK)

共同研究者: 磯 暁(KEK), 嶺田 健悟(YITP), 伊藤 飛鳥(QUP)

Based on YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]



動機: 重力の量子性の検証実験提案

Bose-Marletto-Vedral(BMV)実験

Bose, Mazumdar, Morley, Ulbricht, Toroš, Paternostro, Geraci, Barker, Kim, Milburn, Phys. Rev. Lett. 119, 240401 (2017)

Marletto, Vedral, Phys. Rev. Lett. 119, 240402 (2017)

粒子の重ね合わせ状態を生成

重力が量子的

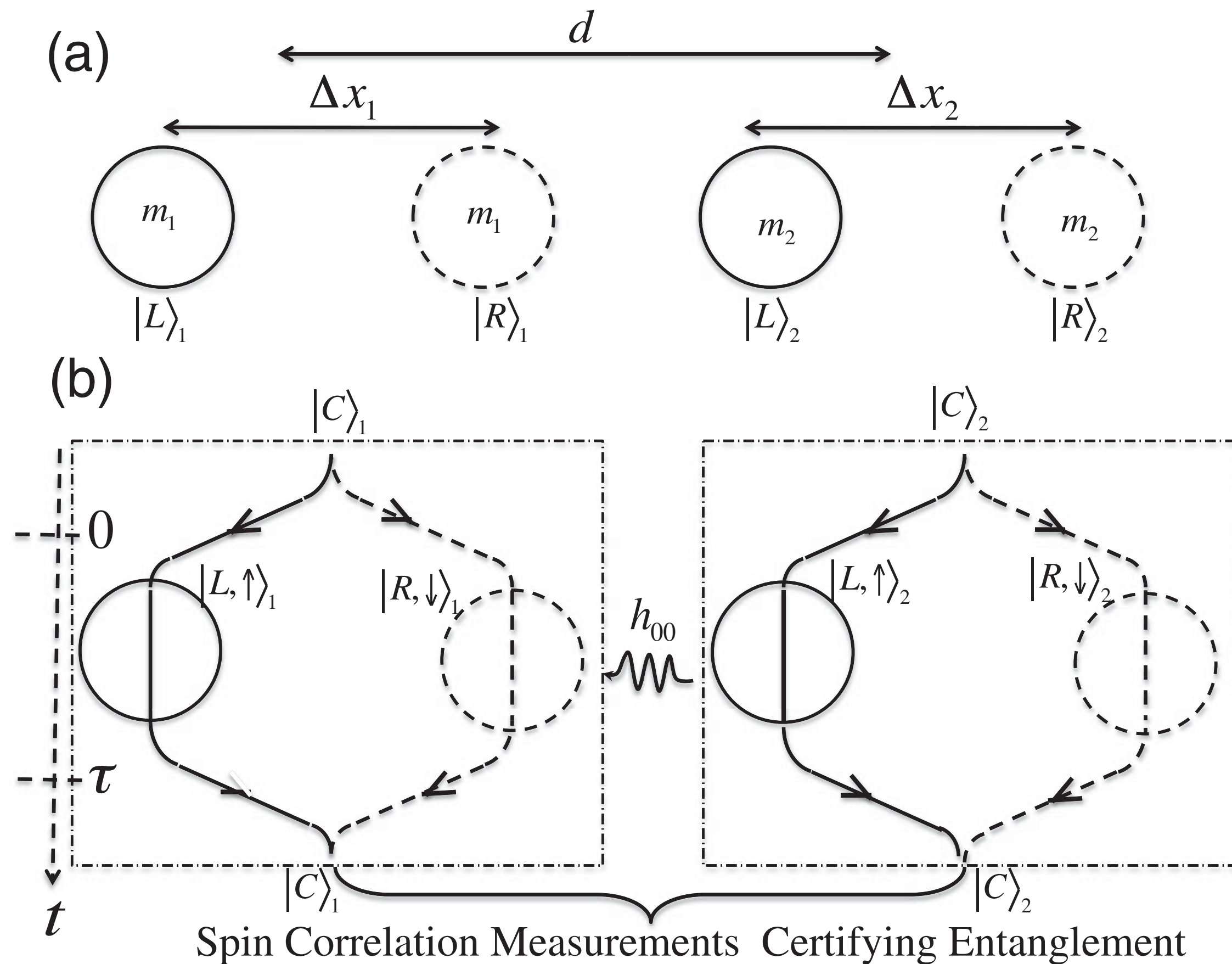
$$\hat{R}^{\mu\nu} - \frac{\hat{g}^{\mu\nu}}{2} \hat{R} = 8\pi G \hat{T}^{\mu\nu}$$

時空の重ね合わせ状態によりエンタングルメント

重力が古典的

$$R^{\mu\nu} - \frac{g^{\mu\nu}}{2} R = 8\pi G \langle \hat{T}^{\mu\nu} \rangle$$

エンタングルメントが生成されない



Marletto, Vedral, Phys. Rev. Lett. 119, 240402 (2017)

今日の話題: BMV実験に動機づけられて

離れた2点にある粒子が量子場を通じてどのように
情報伝達やエンタングルメント，デコヒーレンスが生じるか？

相対論的因果に注目し，情報の伝播と粒子生成の関係を考察

登場人物

Alice



Bob



量子場を使った情報通信

スピンを持った粒子を保持

粒子の軌道のコントロールによって情報を送受信

スピン自由度のみを持った 量子力学の場合

Aliceの情報をBobが読み取る問題

$$|\text{👧}\rangle = \cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A \quad |\text{👨}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_B$$

θ の情報をBobの測定から読み取りたい

Aliceの情報をBobが読み取る問題

$$|\text{👧}\rangle = \cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A \quad |\text{👦}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_B$$

θ の情報をBobの測定から読み取りたい

1. 相互作用 $U = e^{-i\frac{\pi}{4}\sigma_A^z\sigma_B^z}$ でエンタングルメントさせる

$$U |\text{👧}\rangle |\text{👦}\rangle = \cos \theta |\uparrow\rangle_A \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_B + i|\downarrow\rangle_B) + \sin \theta |\downarrow\rangle_A \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_B - i|\downarrow\rangle_B)$$

Aliceの情報をBobが読み取る問題

$$|\text{👧}\rangle = \cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A \quad |\text{👨}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_B$$

θ の情報をBobの測定から読み取りたい

1. 相互作用 $U = e^{-i\frac{\pi}{4}\sigma_A^z\sigma_B^z}$ でエンタングルメントさせる

$$U |\text{👧}\rangle |\text{👨}\rangle = \cos \theta |\uparrow\rangle_A \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_B + i|\downarrow\rangle_B) + \sin \theta |\downarrow\rangle_A \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_B - i|\downarrow\rangle_B)$$

2. Bobが y 軸でスピンを測定

$$\text{測定確率 } P_{\sigma_B^y}(+1) = \cos^2 \theta \quad P_{\sigma_B^y}(-1) = \sin^2 \theta$$

測定確率から θ の情報が読み取れる

Aliceの状態はどうなったか？

$$\rho_{A0} = \text{tr}_B \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| = \left(\begin{array}{cc} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{array} \right)$$

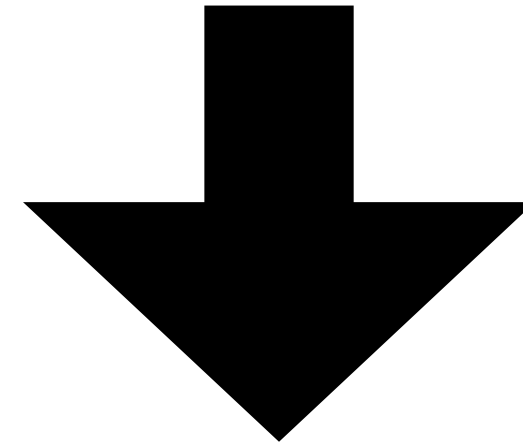
純粋状態

Aliceの状態はどうなったか？

$$\rho_{A0} = \text{tr}_B \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Alice} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Alice} \end{array} \right| = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

純粋状態

$$U = e^{-i\frac{\pi}{4}\sigma_A^z\sigma_B^z}$$



$$\rho_{AU} = \text{tr}_B U \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| U^\dagger = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

非対角成分が消失(デコヒーレンス)

Aliceの状態はどうなったか？

$$\rho_{A0} = \text{tr}_B \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

純粋状態

$$U = e^{-i\frac{\pi}{4}\sigma_A^z\sigma_B^z}$$

$$\rho_{AU} = \text{tr}_B U \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| U^\dagger = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

非対角成分が消失(デコヒーレンス)

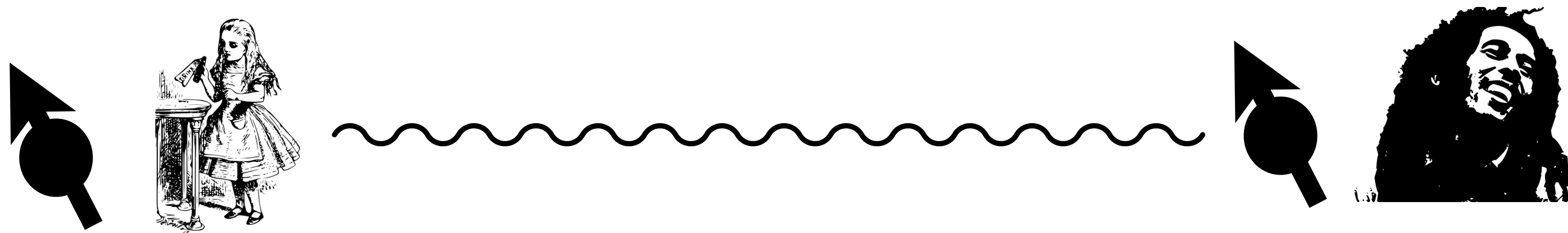
Bobの測定で $\sigma_B^y = +1$ を観測

$$\rho_{AU+} = \frac{\text{tr}_B P_{B+} U \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| U^\dagger P_{B+}}{\text{tr}_{A,B} P_{B+} U \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| \left\langle \begin{array}{c} \text{Alice} \\ \text{Bob} \end{array} \right| U^\dagger P_{B+}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

波束の収縮

場の量子論の場合

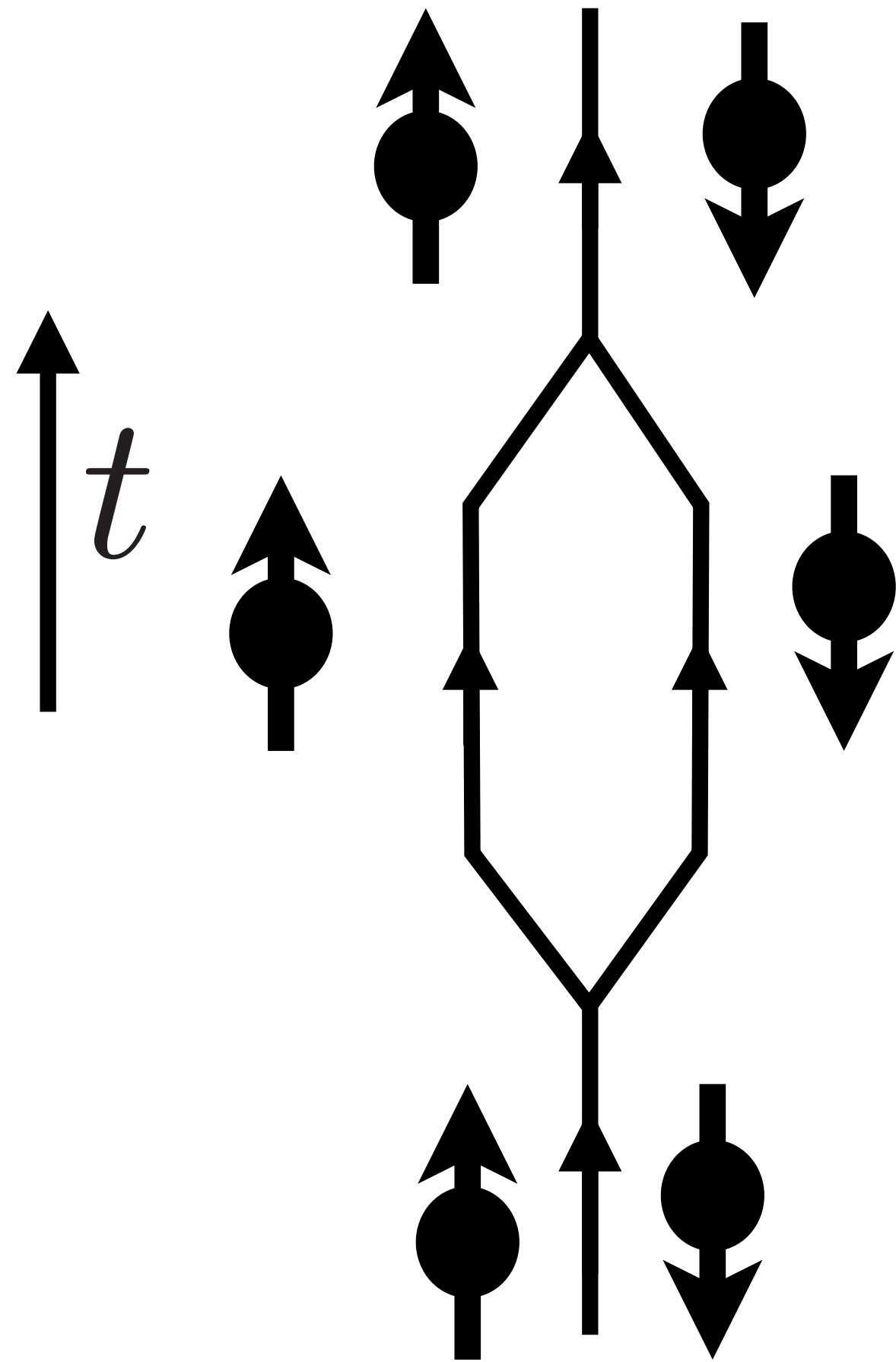
空間的に離れているAliceとBobが 量子場との相互作用によって



どのようにBob情報を得るか？
Aliceの状態はどのように
デコヒーレンスを起こすか？

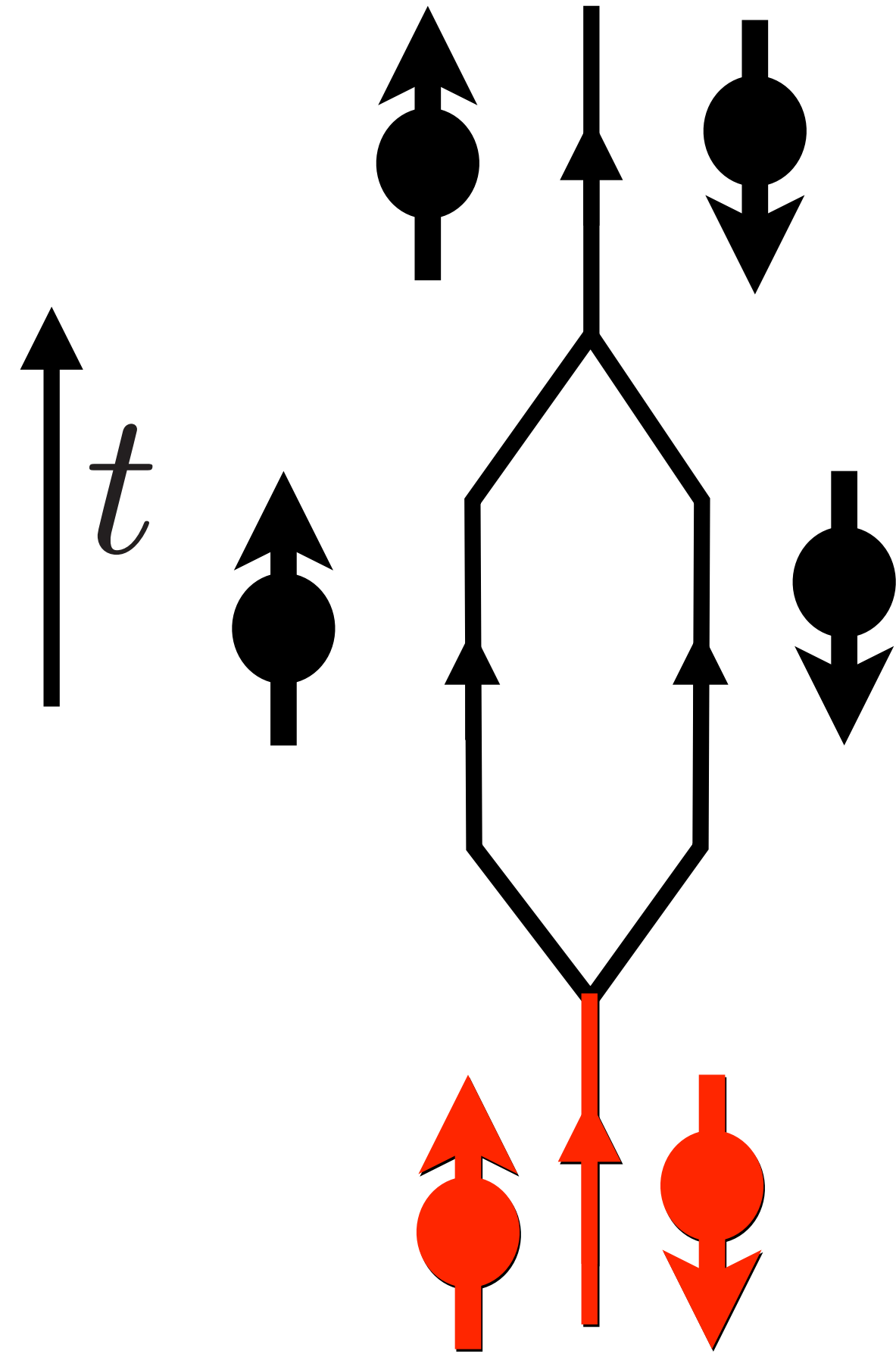
情報の送信方法

Aliceは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を送信



情報の送信方法

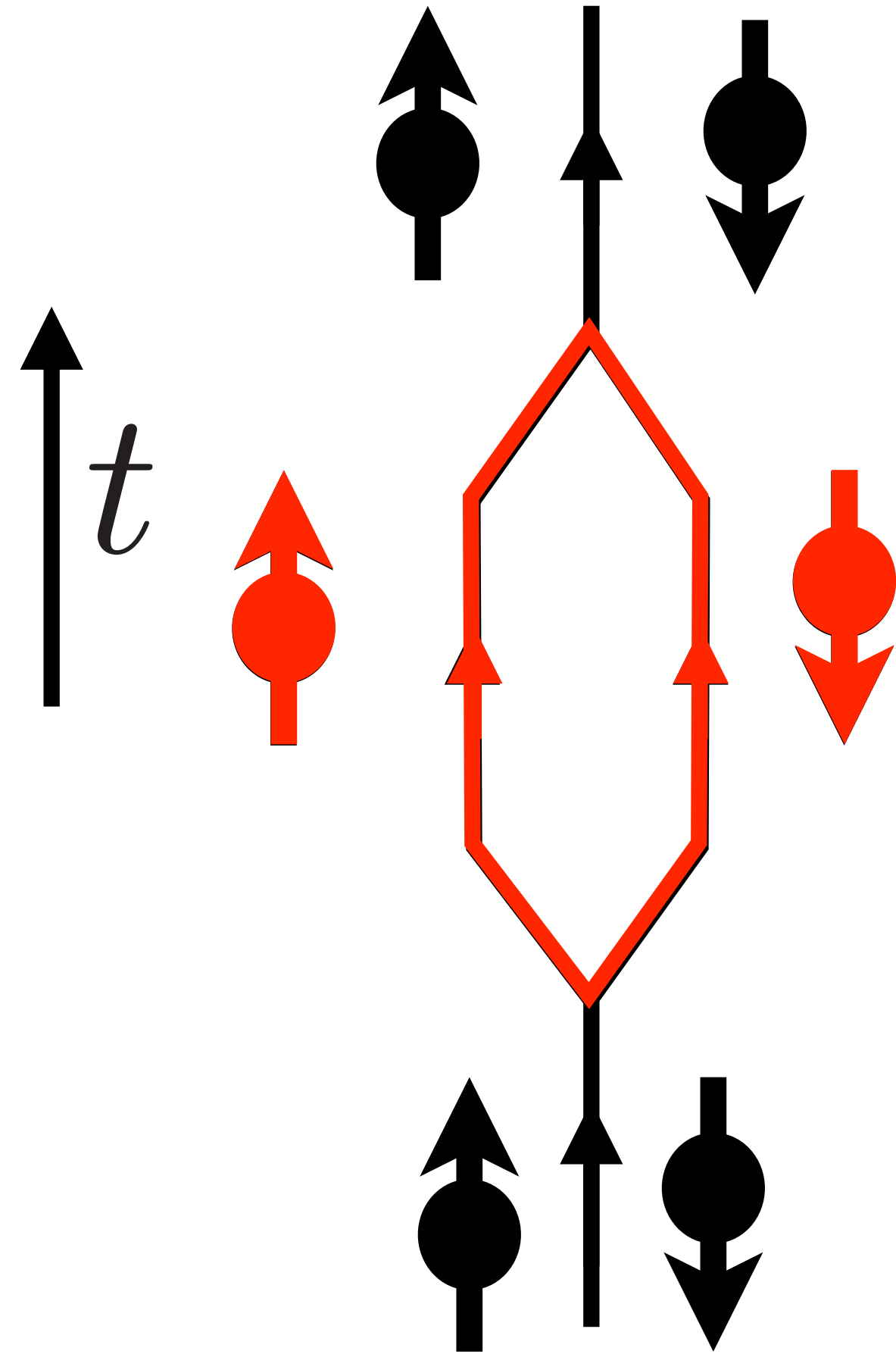
Aliceは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を送信



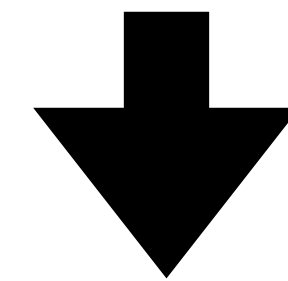
$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$

情報の送信方法

Aliceは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を送信



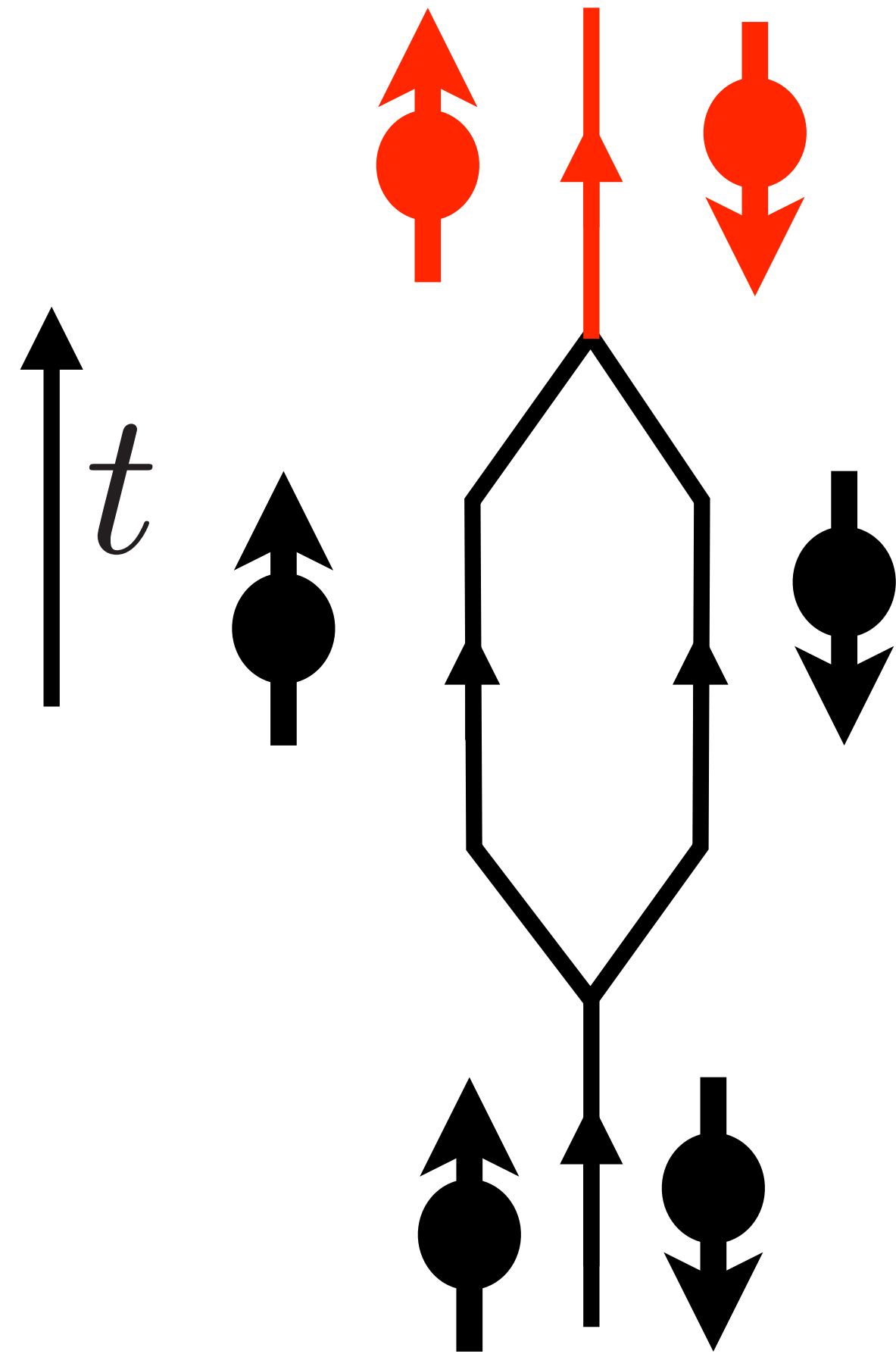
$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$



$$\cos \theta |x_{\uparrow}\rangle_A |\uparrow\rangle_A |\Omega_{\uparrow}\rangle + \sin \theta |x_{\downarrow}\rangle_A |\downarrow\rangle_A |\Omega_{\downarrow}\rangle$$

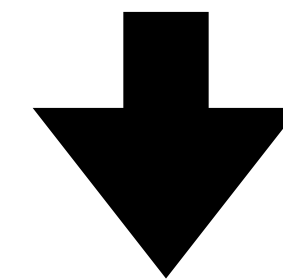
情報の送信方法

Aliceは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を送信



$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$

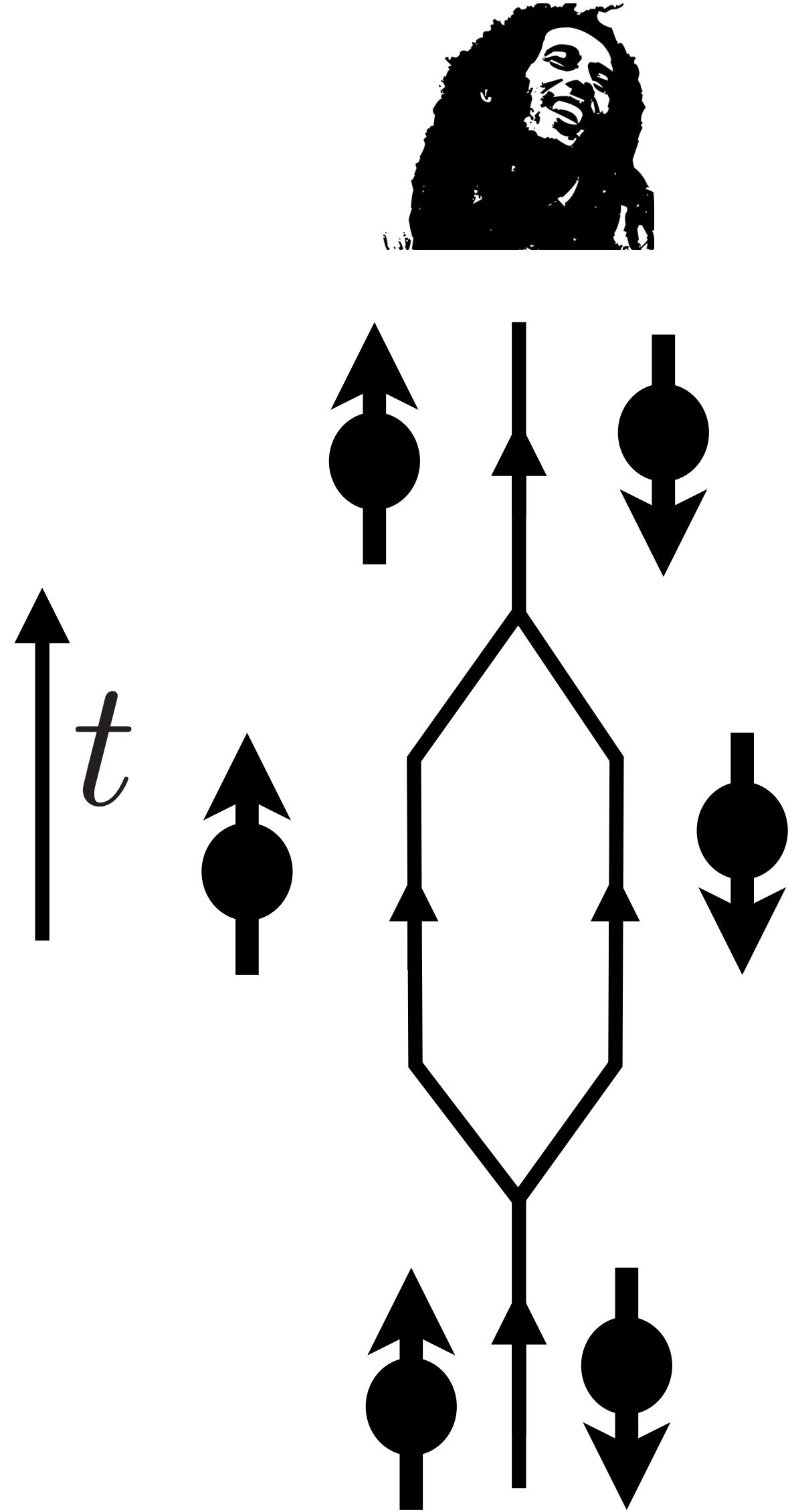
$$\cos \theta |x_{\uparrow}\rangle_A |\uparrow\rangle_A |\Omega_{\uparrow}\rangle + \sin \theta |x_{\downarrow}\rangle_A |\downarrow\rangle_A |\Omega_{\downarrow}\rangle$$



$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A |\Omega'_{\uparrow}\rangle + \sin \theta |\downarrow\rangle_A |\Omega'_{\downarrow}\rangle)$$

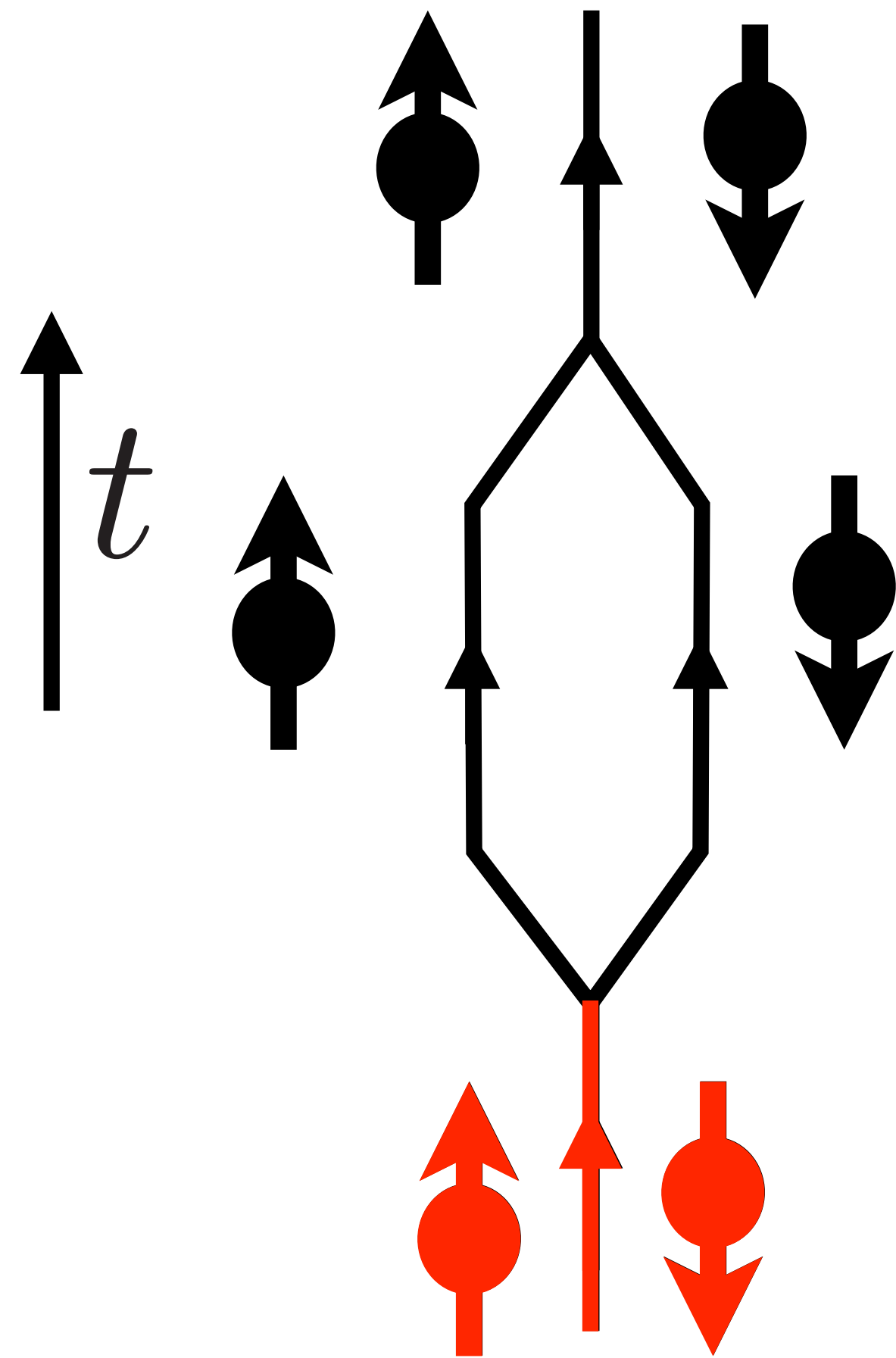
情報の受信方法

Bobは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を受信



情報の受信方法

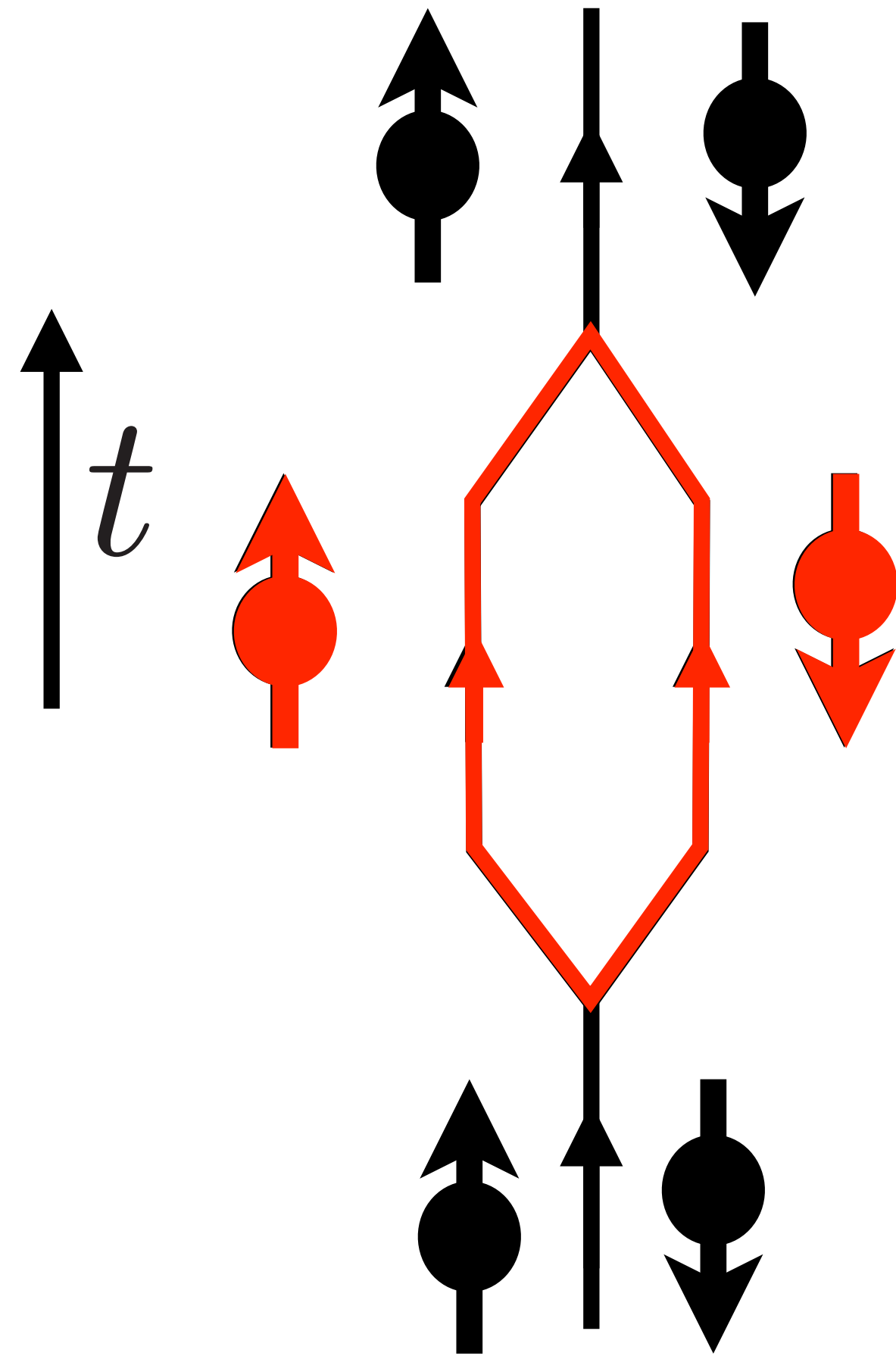
Bobは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を受信



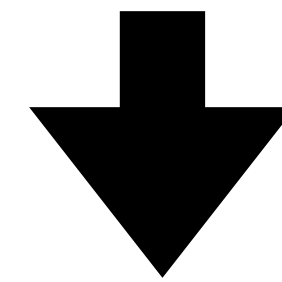
$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B (|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B) |\tilde{\Omega}\rangle$$

情報の受信方法

Bobは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を受信



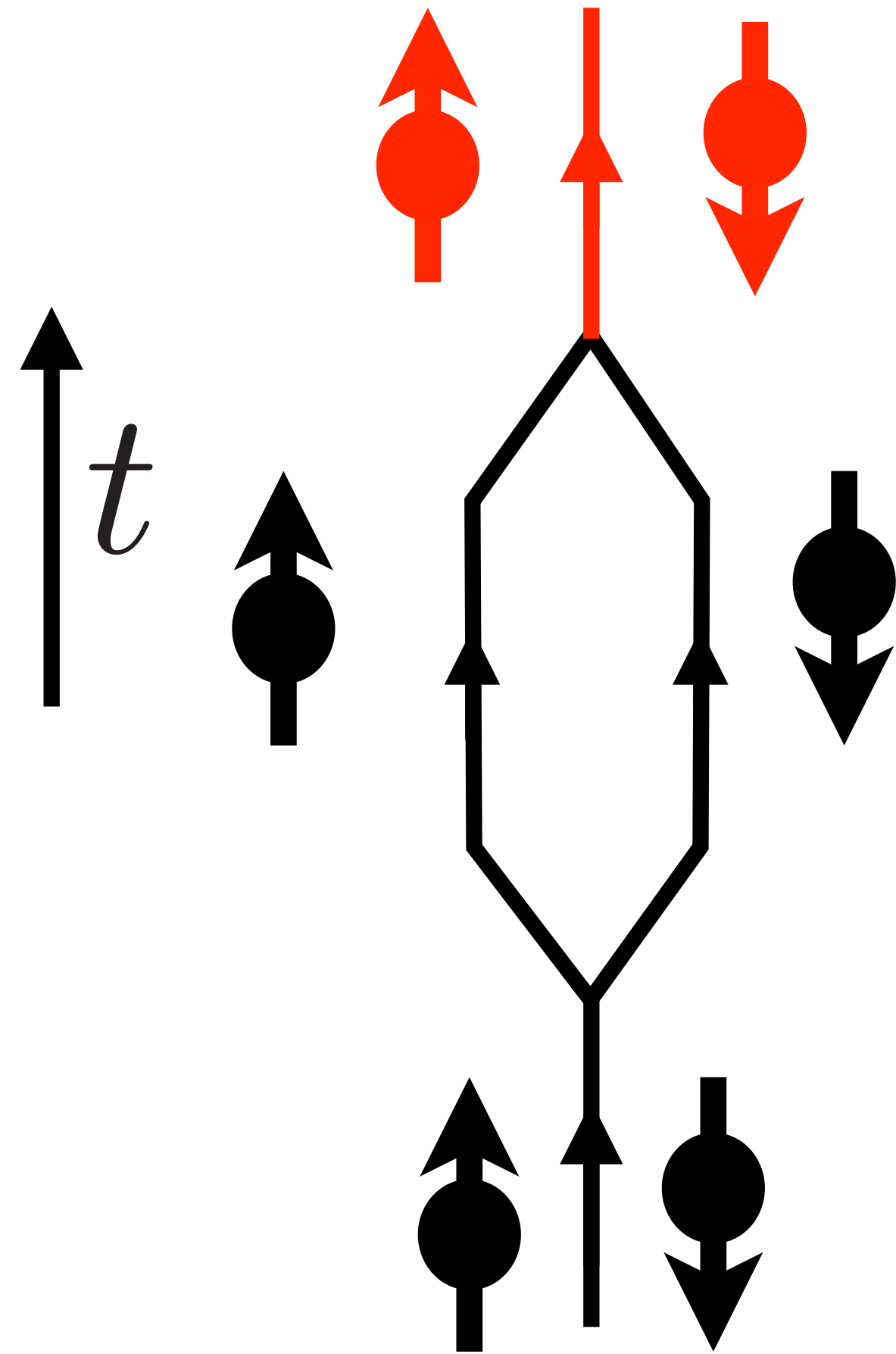
$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B (|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B) |\tilde{\Omega}\rangle$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\uparrow\rangle_B |\uparrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\downarrow\rangle_B |\downarrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\downarrow\rangle$$

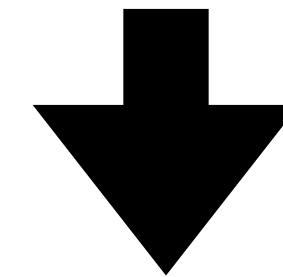
情報の受信方法

Bobは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を受信



$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B (|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B) |\tilde{\Omega}\rangle$$

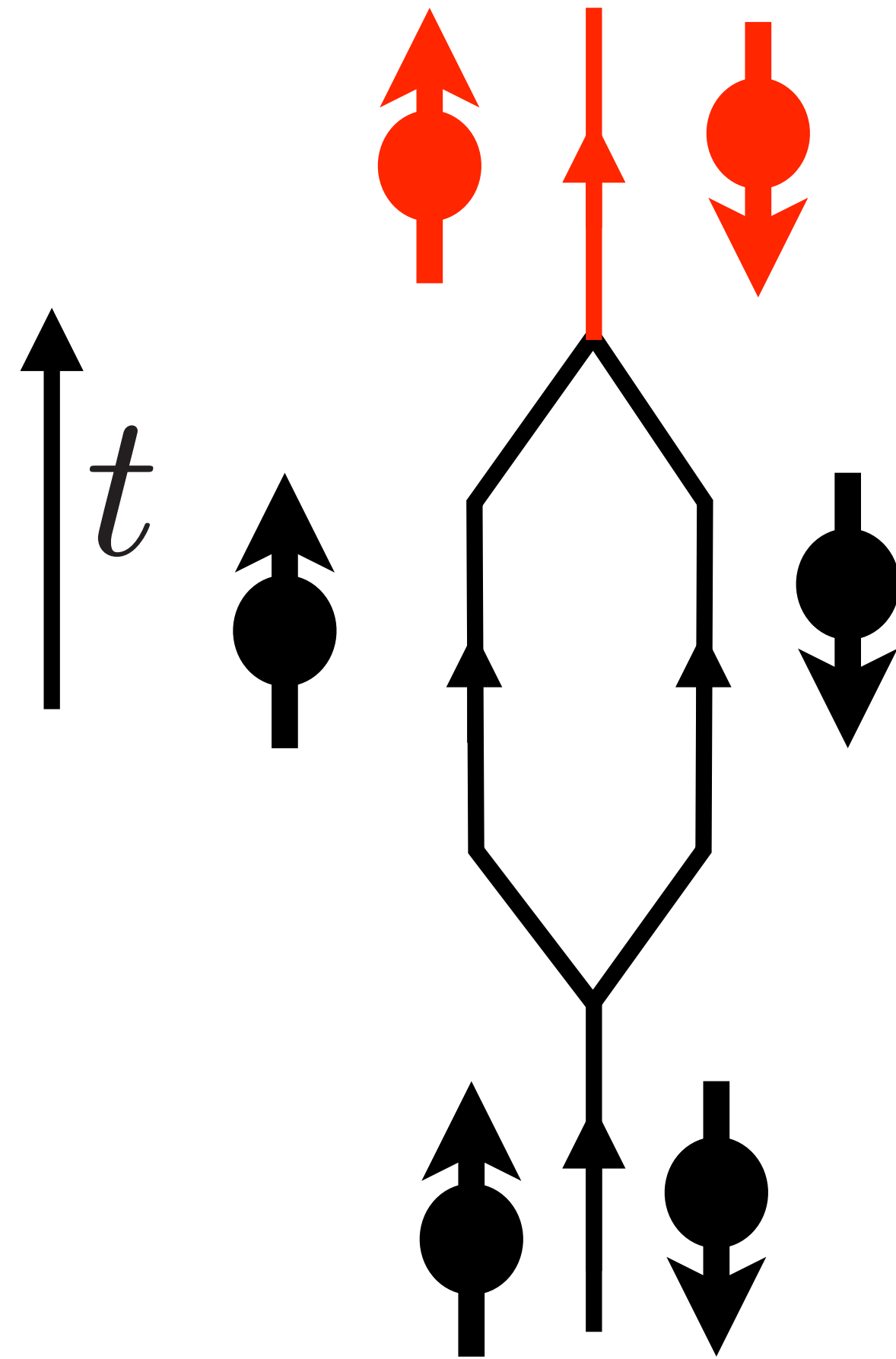
$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\uparrow\rangle_B |\uparrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\downarrow\rangle_B |\downarrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\downarrow\rangle$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B \left(|\uparrow\rangle_B |\tilde{\Omega}'_\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle_B |\tilde{\Omega}'_\downarrow\rangle \right)$$

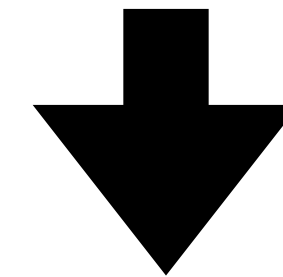
情報の受信方法

Bobは軌道をコントロールし、
場と相互作用することで情報を受信



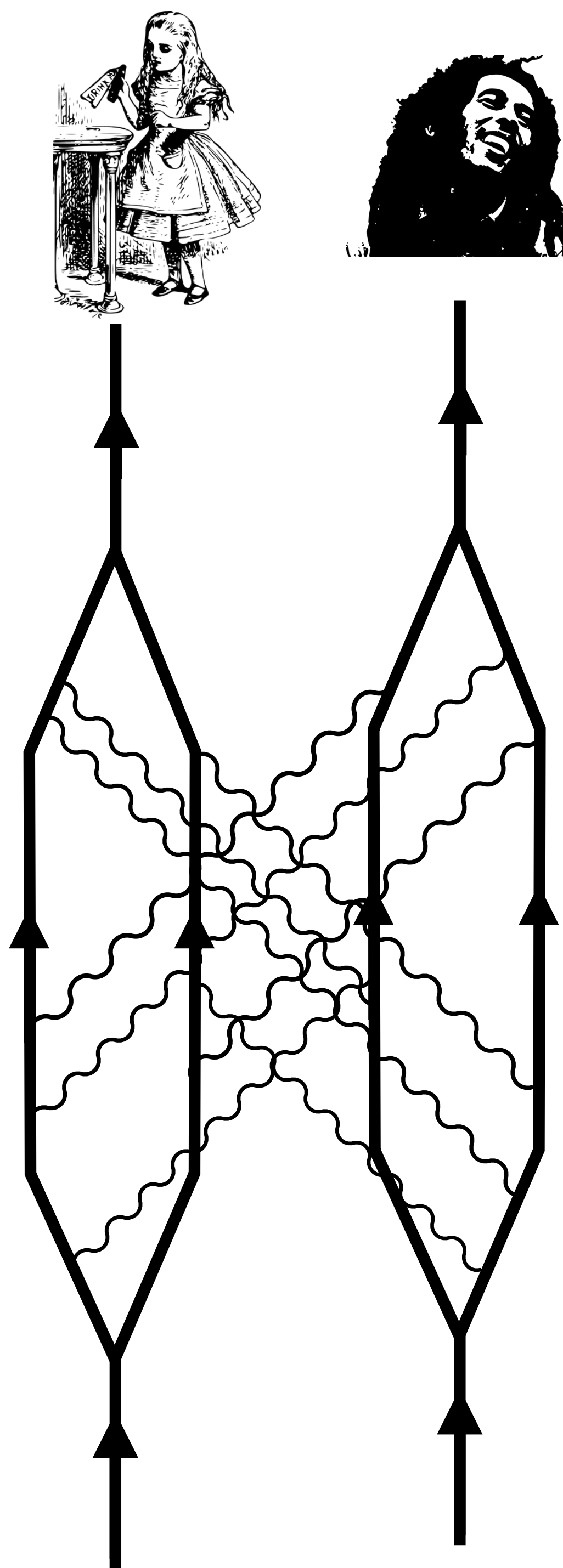
$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B (|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B) |\tilde{\Omega}\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\uparrow\rangle_B |\uparrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x'_\downarrow\rangle_B |\downarrow\rangle_B |\tilde{\Omega}_\downarrow\rangle$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} |x'\rangle_B \left(|\uparrow\rangle_B |\tilde{\Omega}'_\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle_B |\tilde{\Omega}'_\downarrow\rangle \right)$$

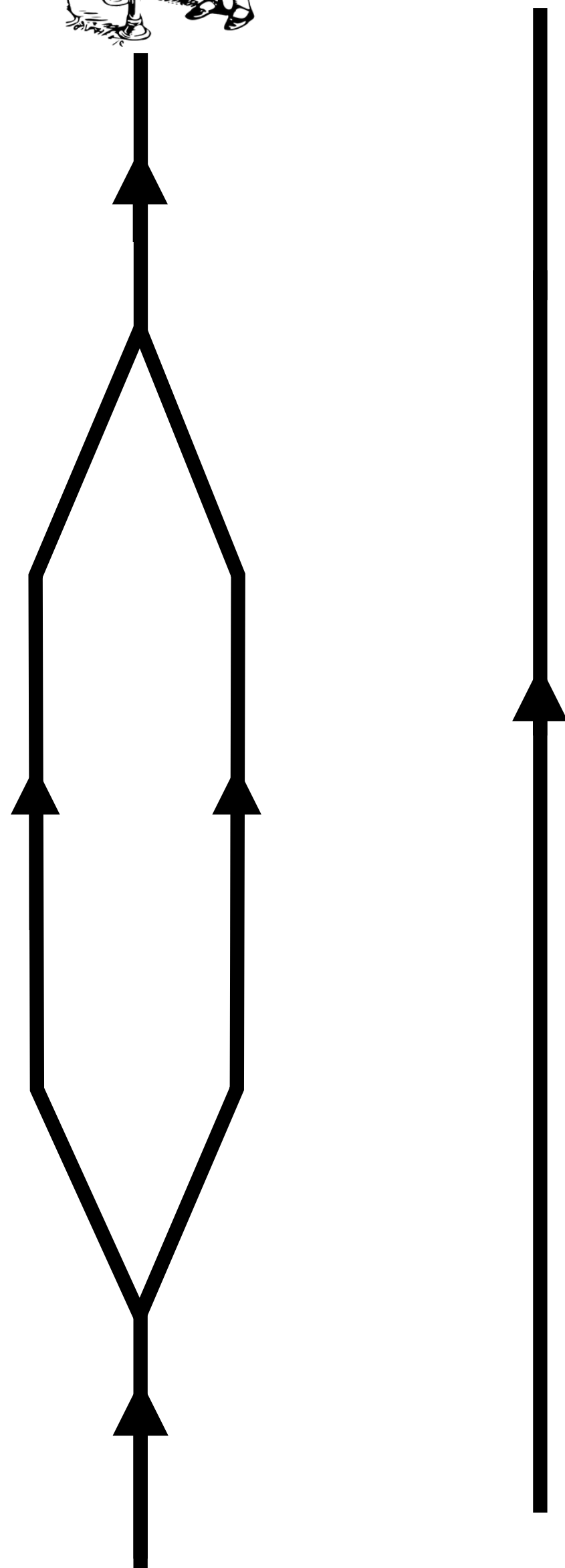
スピンを観測することで場の情報を読み取る

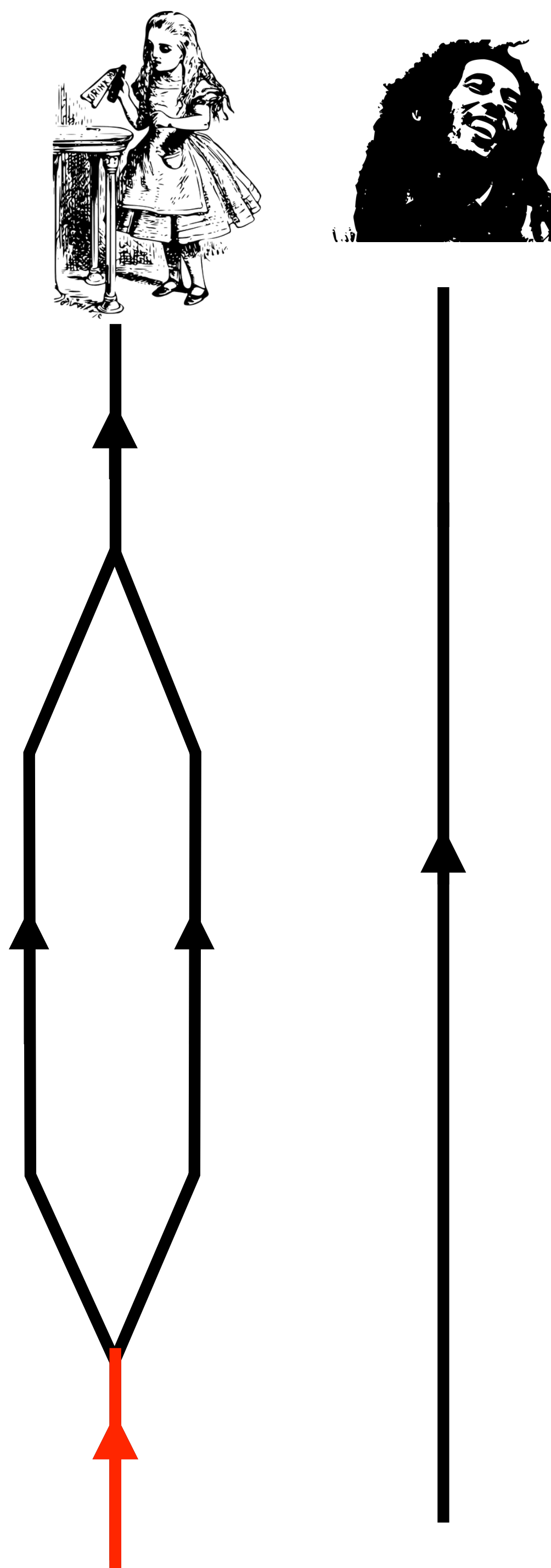


AliceとBobは
場を通じて通信



Bobが操作を行わない場合

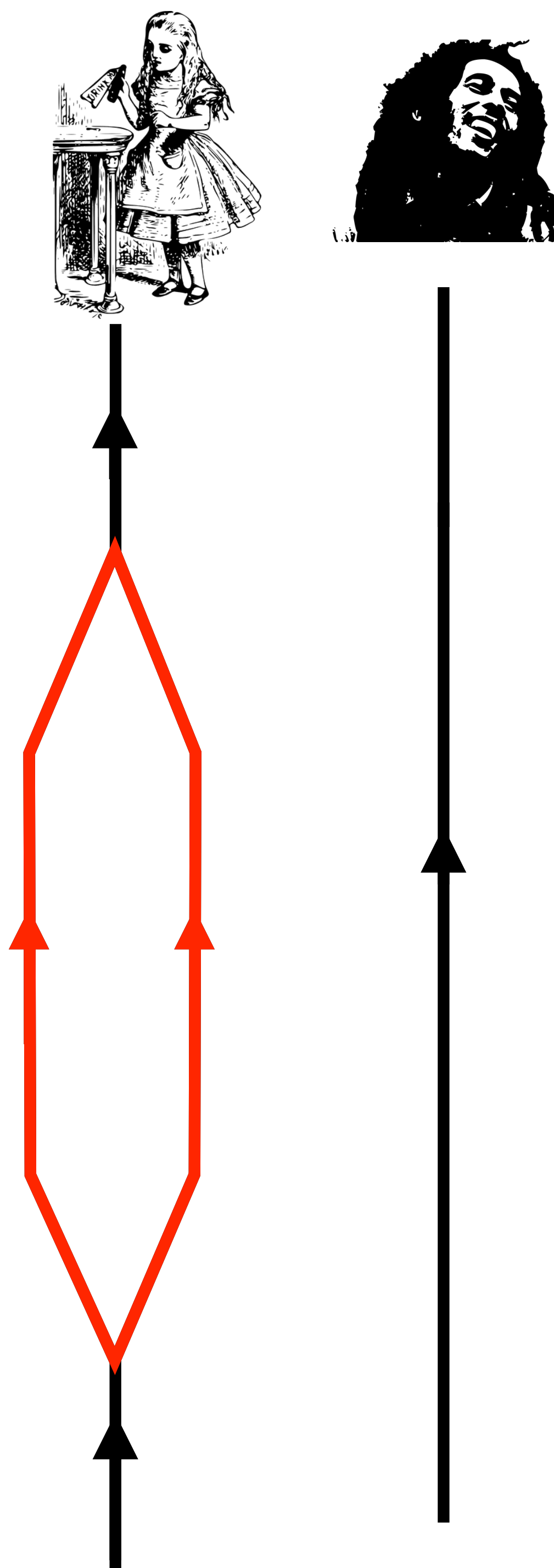




Bobが操作を行わない場合



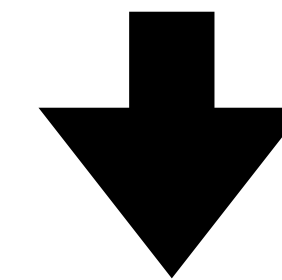
$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$



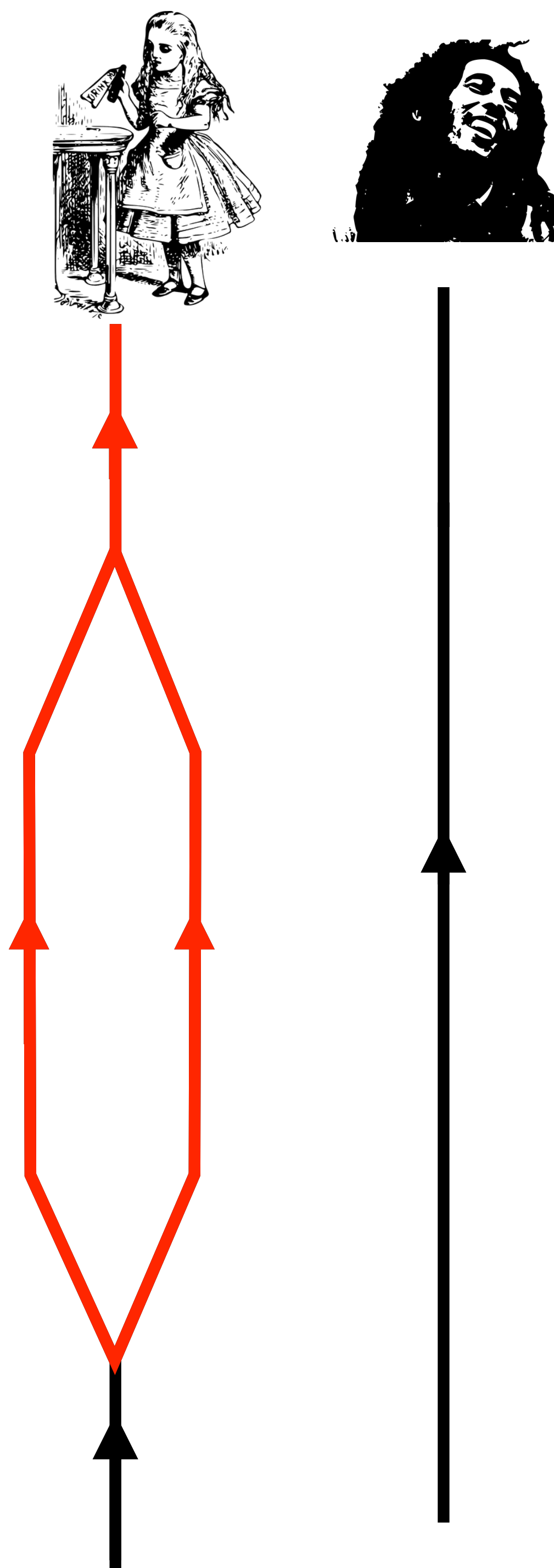
Bobが操作を行わない場合



$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$



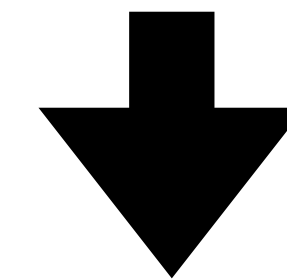
$$\cos \theta |x_{\uparrow}\rangle_A |\uparrow\rangle_A |\Omega_{\uparrow}\rangle + \sin \theta |x_{\downarrow}\rangle_A |\downarrow\rangle_A |\Omega_{\downarrow}\rangle$$



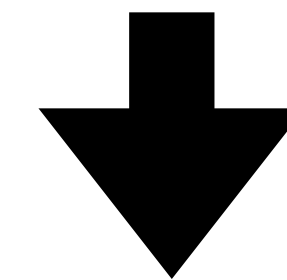
Bobが操作を行わない場合



$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$

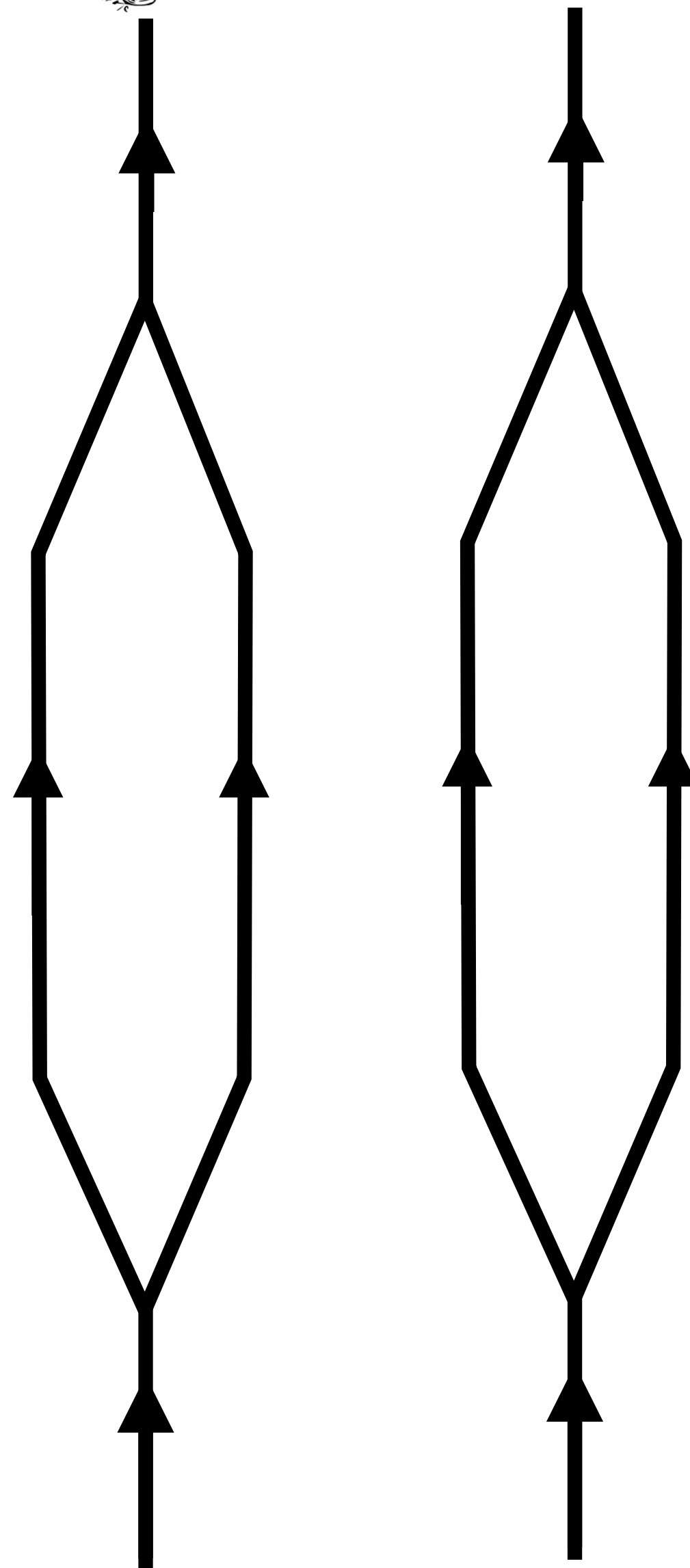


$$\cos \theta |x_{\uparrow}\rangle_A |\uparrow\rangle_A |\Omega_{\uparrow}\rangle + \sin \theta |x_{\downarrow}\rangle_A |\downarrow\rangle_A |\Omega_{\downarrow}\rangle$$



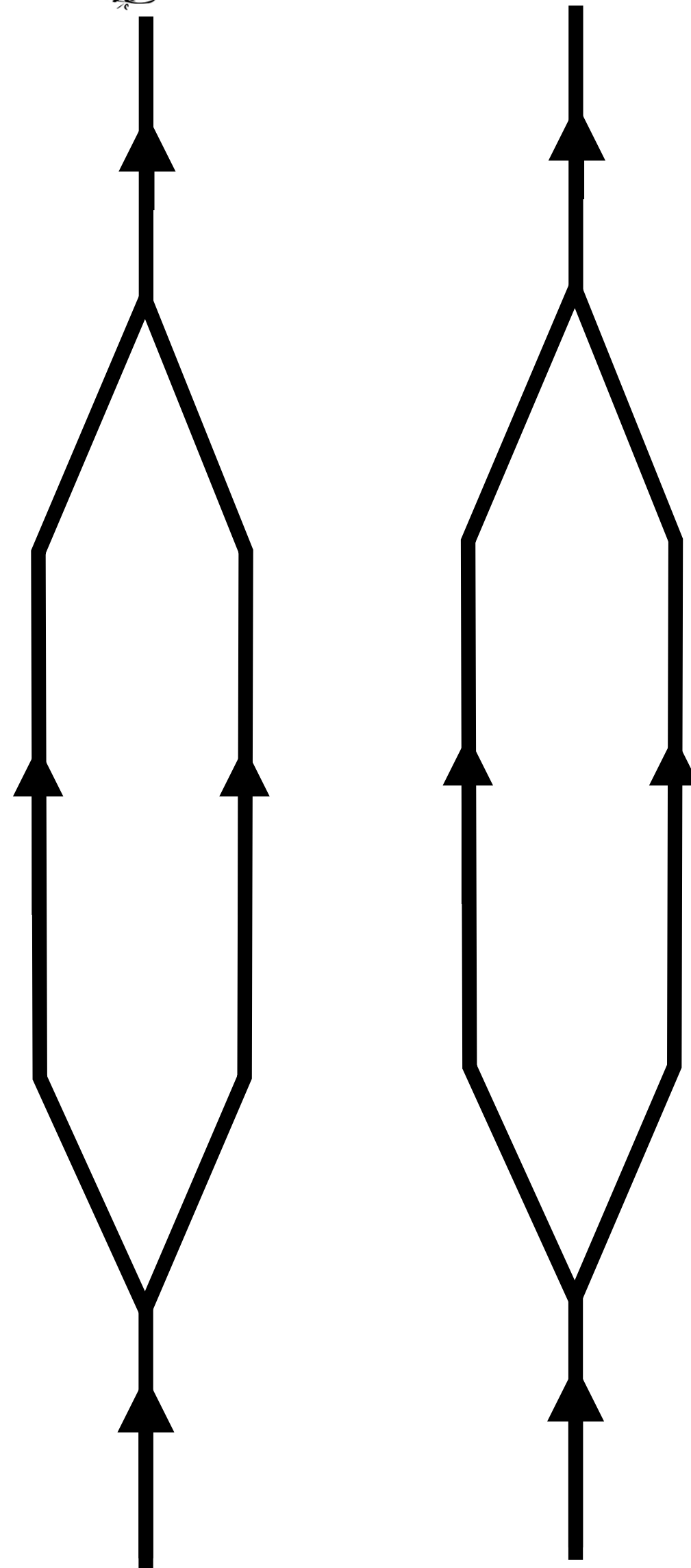
$$|x\rangle_A (\cos \theta |\uparrow\rangle_A + \sin \theta |\downarrow\rangle_A) |\Omega\rangle$$

元の状態に戻る
(Bobも元のまま)



Bobが操作を行うと Aliceの情報をBobは受信

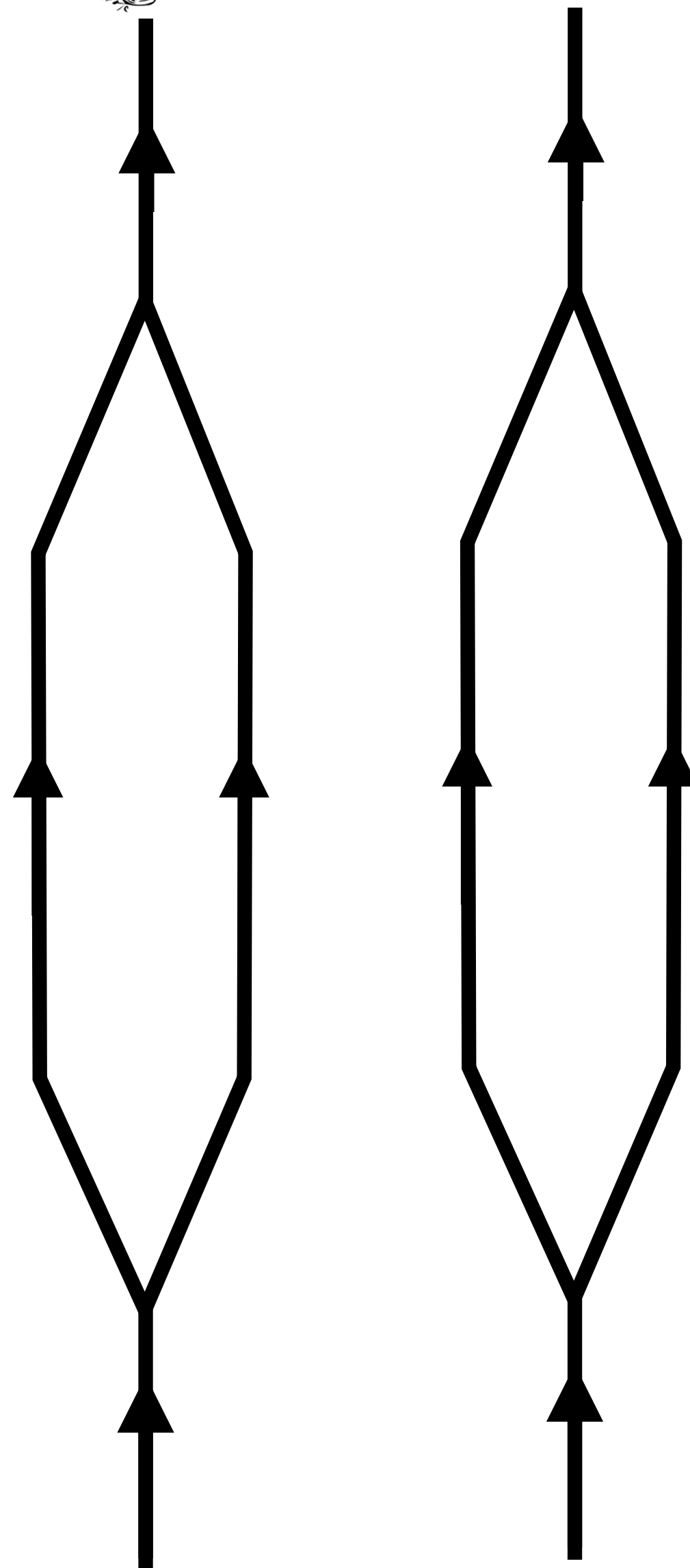
Q. AliceとBobは同時に操作を開始
Bobはいつ情報を受信するか？



Bobが操作を行うと Aliceの情報をBobは受信

Q. AliceとBobは同時に操作を開始
Bobはいつ情報を受信するか？

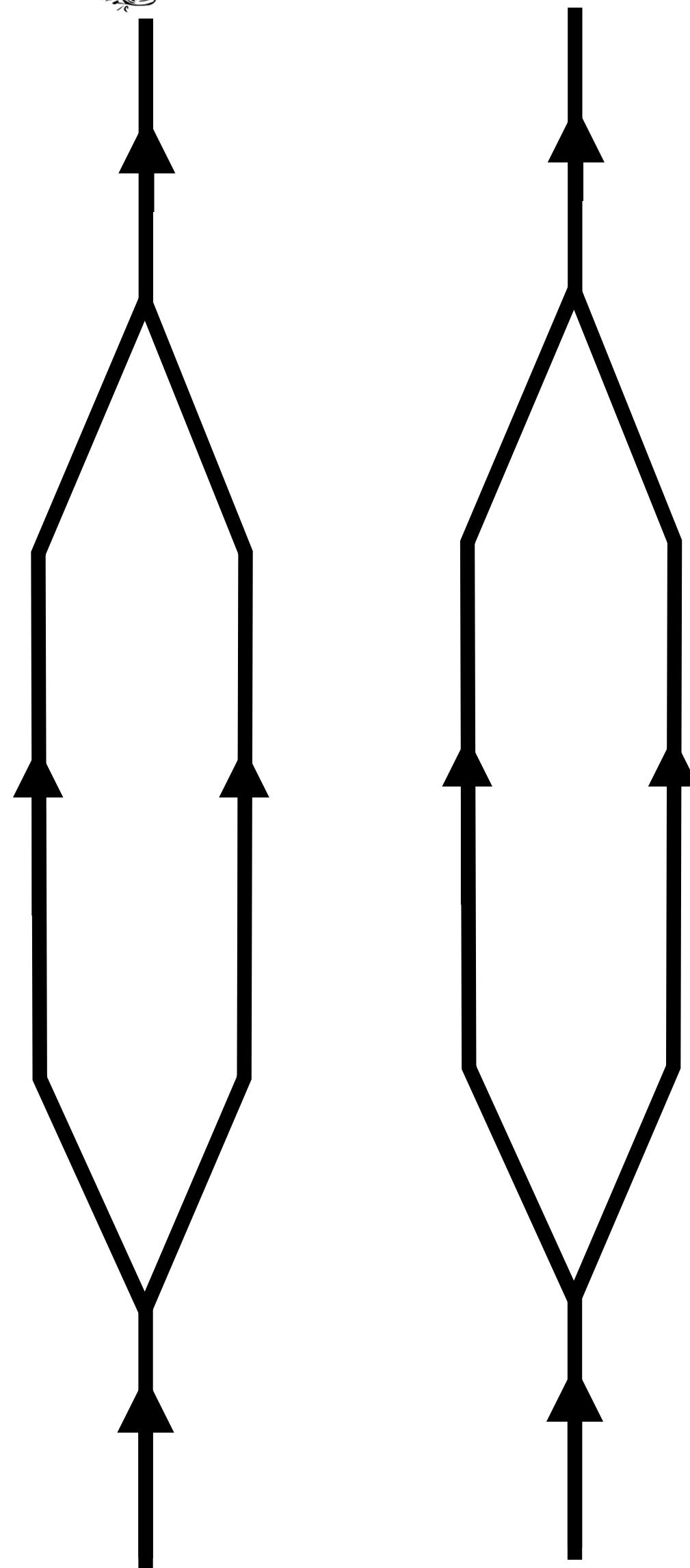
①Bobの操作開始直後



Bobが操作を行うと Aliceの情報をBobは受信

Q. AliceとBobは同時に操作を開始
Bobはいつ情報を受信するか？

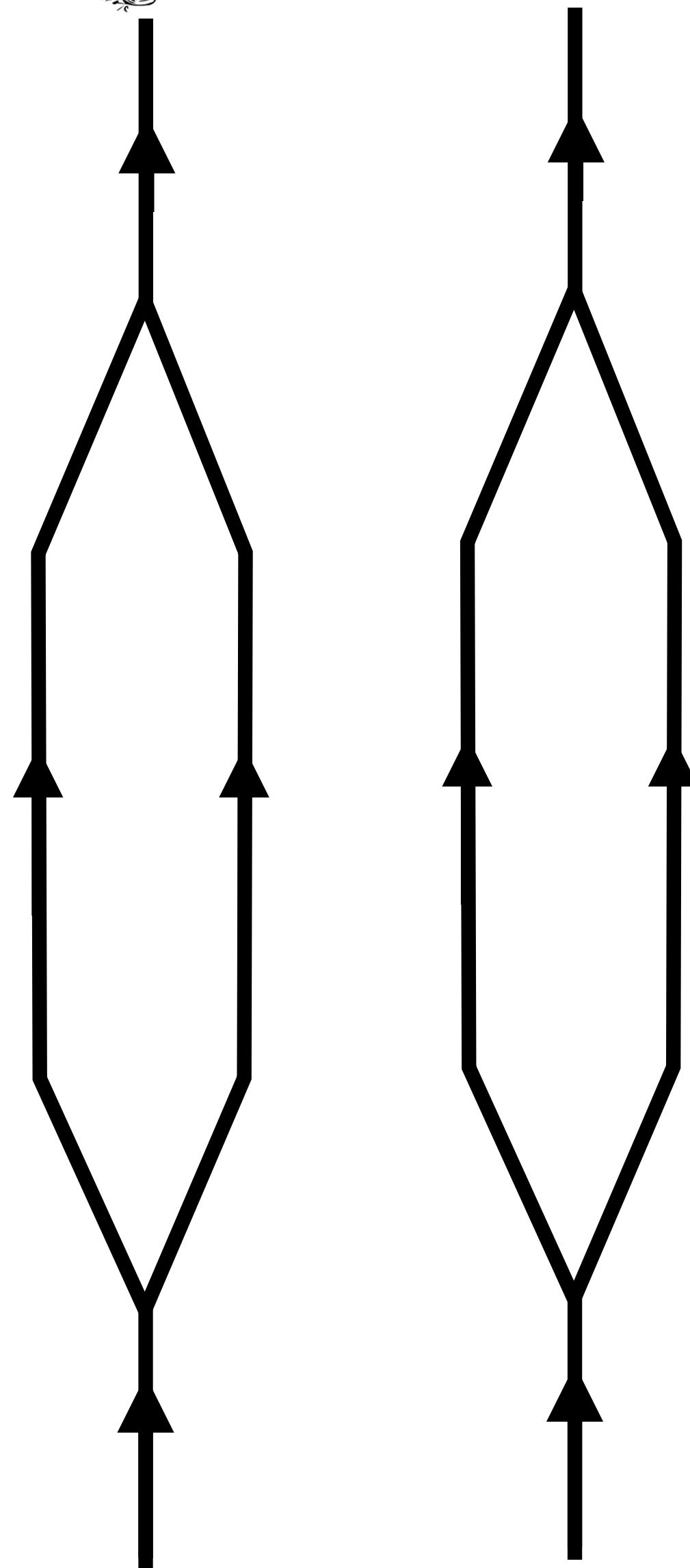
- ①Bobの操作開始直後
- ②Bobの操作後しばらくしてから



Bobが操作を行うと Aliceの情報をBobは受信

Q. AliceとBobは同時に操作を開始
Bobはいつ情報を受信するか？

- ① Bobの操作開始直後
- ② Bobの操作後しばらくしてから
- ③ 実は操作前から



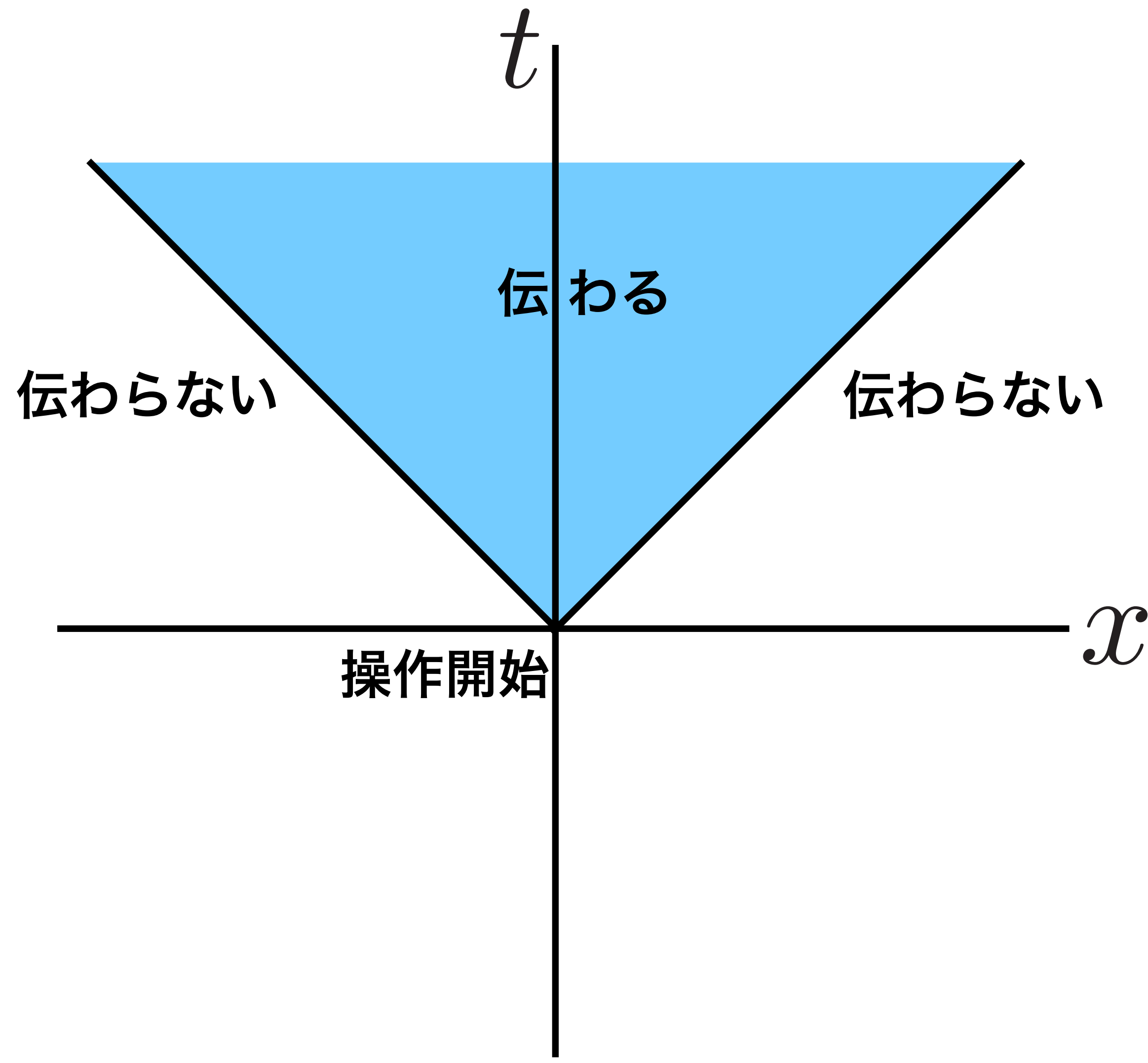
Bobが操作を行うと Aliceの情報をBobは受信

Q. AliceとBobは同時に操作を開始
Bobはいつ情報を受信するか？

- ① Bobの操作開始直後
- ② Bobの操作後しばらくしてから
- ③ 実は操作前から

正解は、②番

相対論的因果: 情報は光速を超えて伝わらない



情報は、遅延グリーン関数によって伝達

$$G_{R\mu\nu}(x - x') = i\theta(t - t') \langle [A_\mu(x), A_\nu(x')] \rangle$$

場

$$[A_\mu(x), A_\nu(x')] = 0 \quad \text{if} \quad (t - t')^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 < 0$$



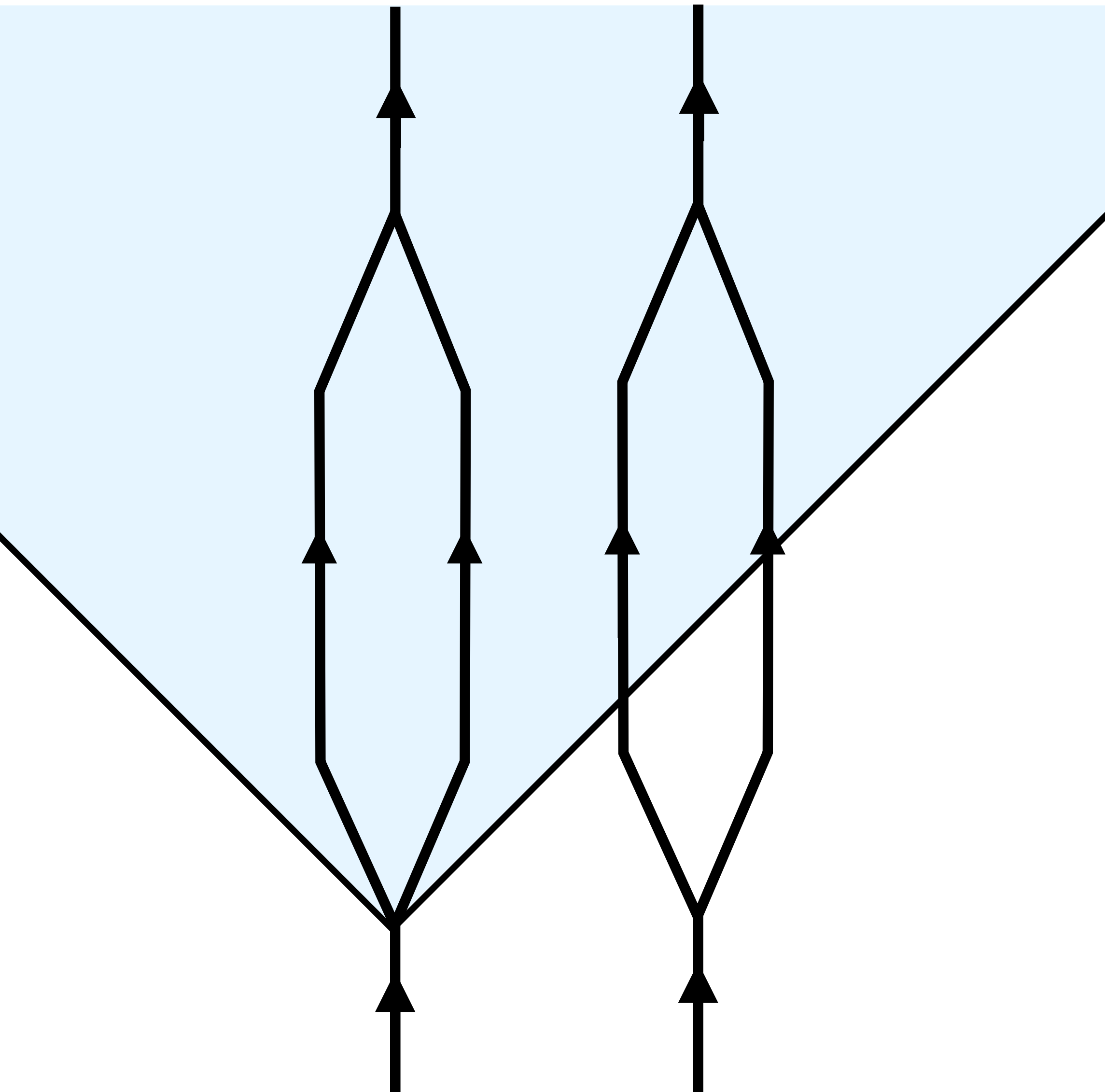
Bobが操作を行うと

Aliceの情報をBobは受信

AliceとBobは同時に操作を開始
いつ情報を受信するか？

- ①Bobの操作開始直後
- ②Bobの操作後しばらくしてから
- ③実は操作前から

正解は、②番

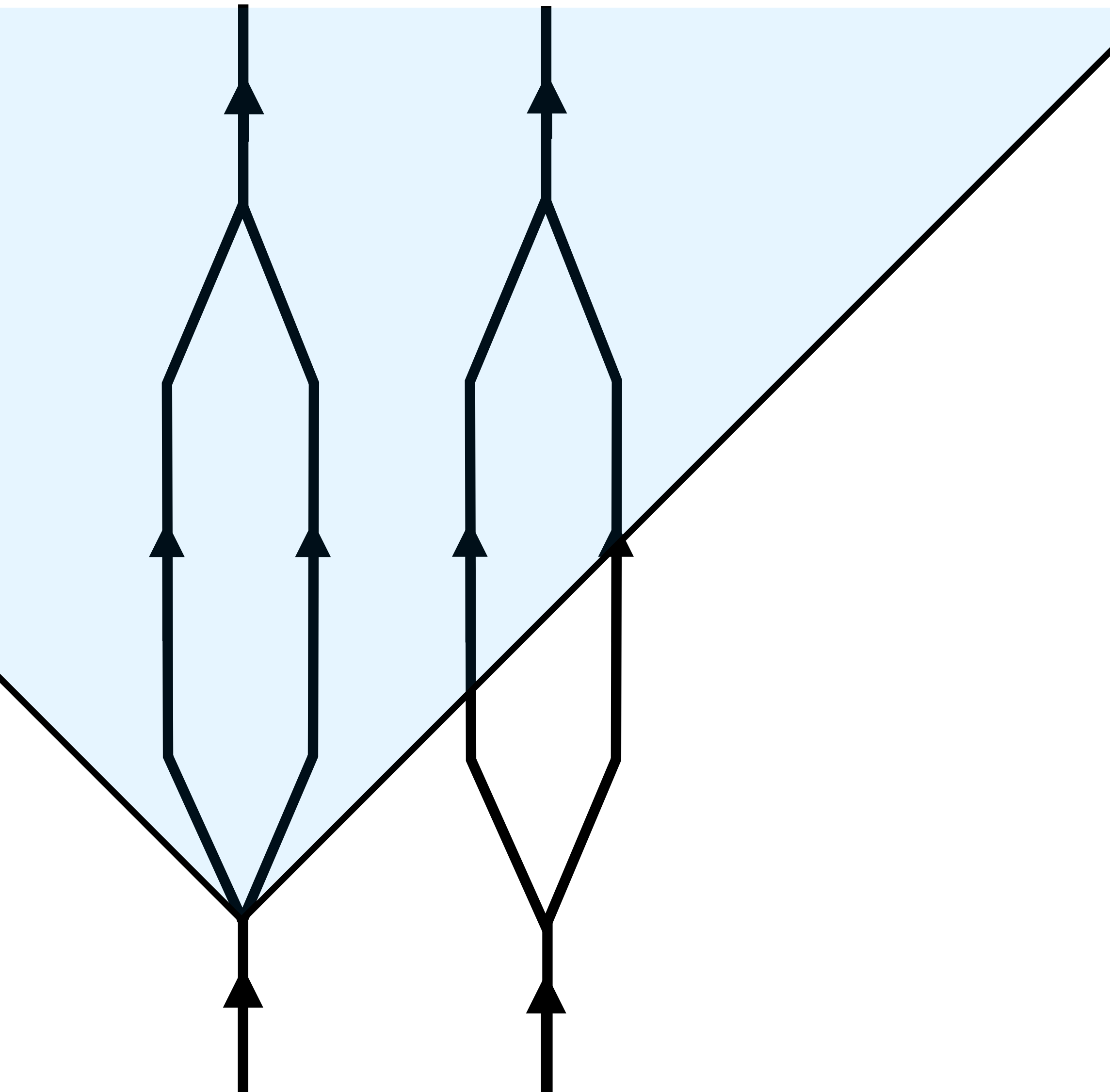




Bobが操作を行うと

Aliceの状態はBobの操作による
デコヒーレンスを起こす

AliceとBobは同時に操作を開始
いつAliceはデコヒーレンスを引き起こす
Bobの影響を受け始めるか？



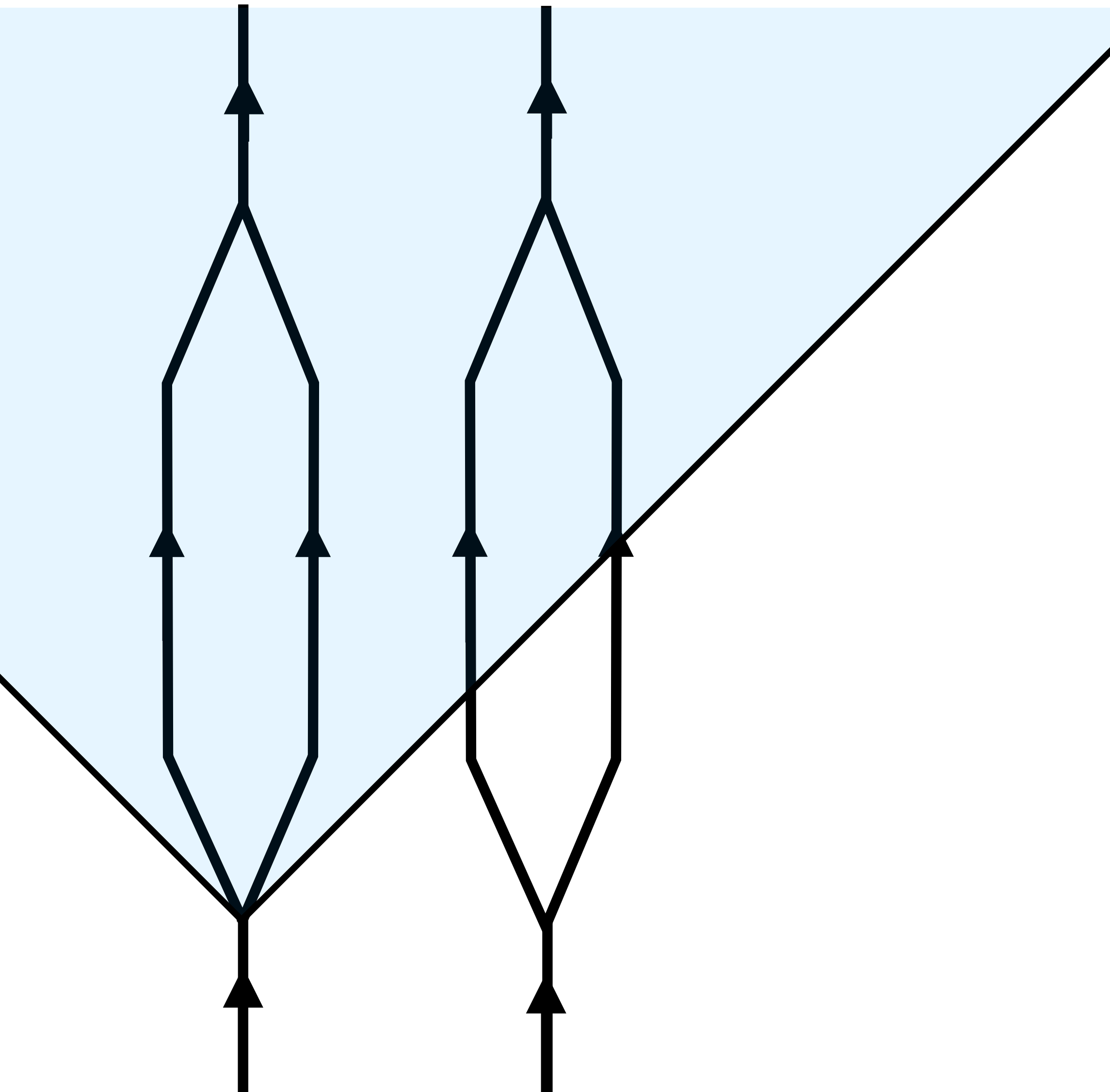


Bobが操作を行うと

Aliceの状態はBobの操作による
デコヒーレンスを起こす

AliceとBobは同時に操作を開始
いつAliceはデコヒーレンスを引き起こす
Bobの影響を受け始めるか？

①Bobの操作開始直後



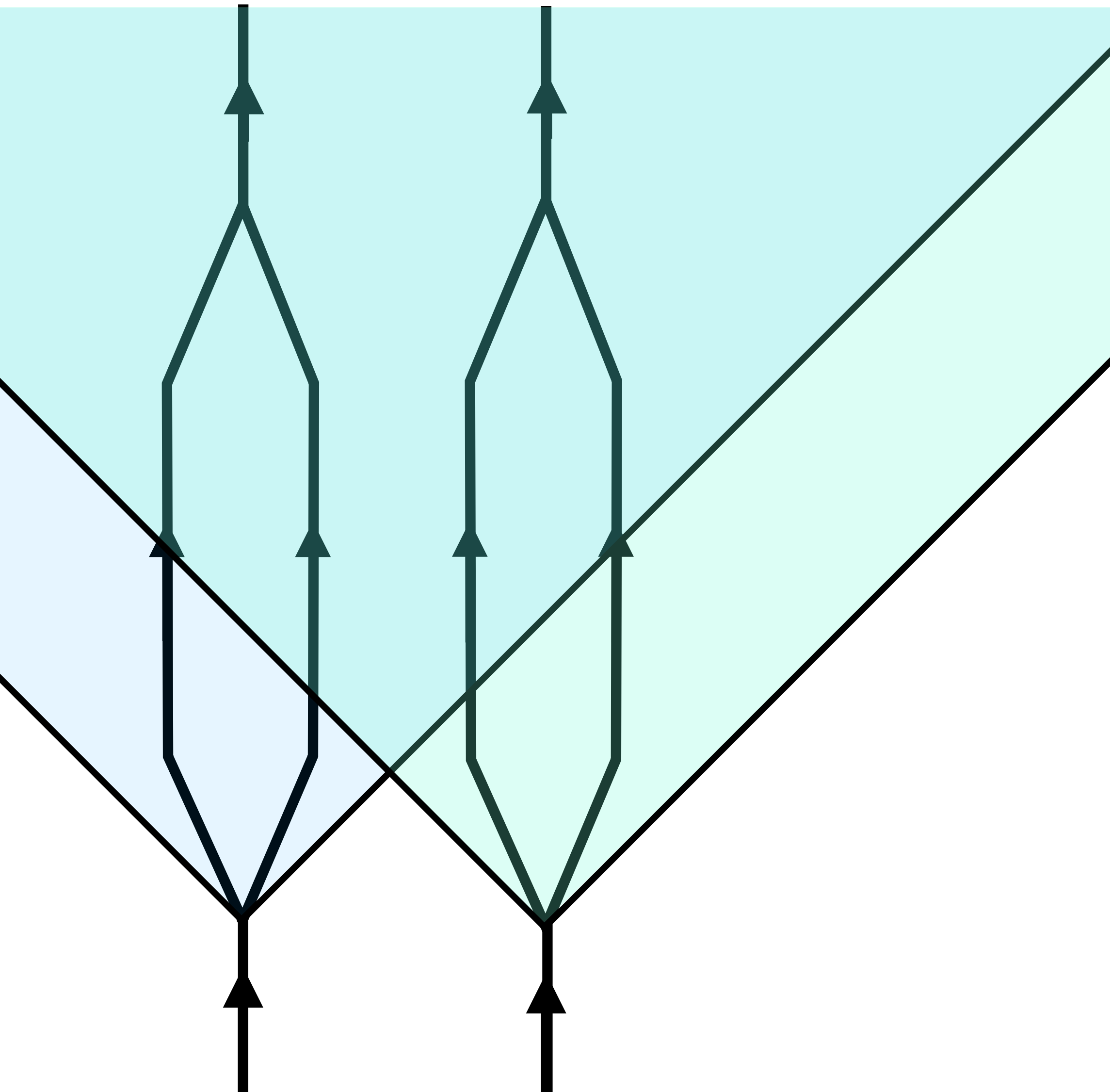


Bobが操作を行うと

Aliceの状態はBobの操作による
デコヒーレンスを起こす

AliceとBobは同時に操作を開始
いつAliceはデコヒーレンスを引き起こす
Bobの影響を受け始めるか？

- ①Bobの操作開始直後
- ②Bobの操作の影響がAliceの届いた後



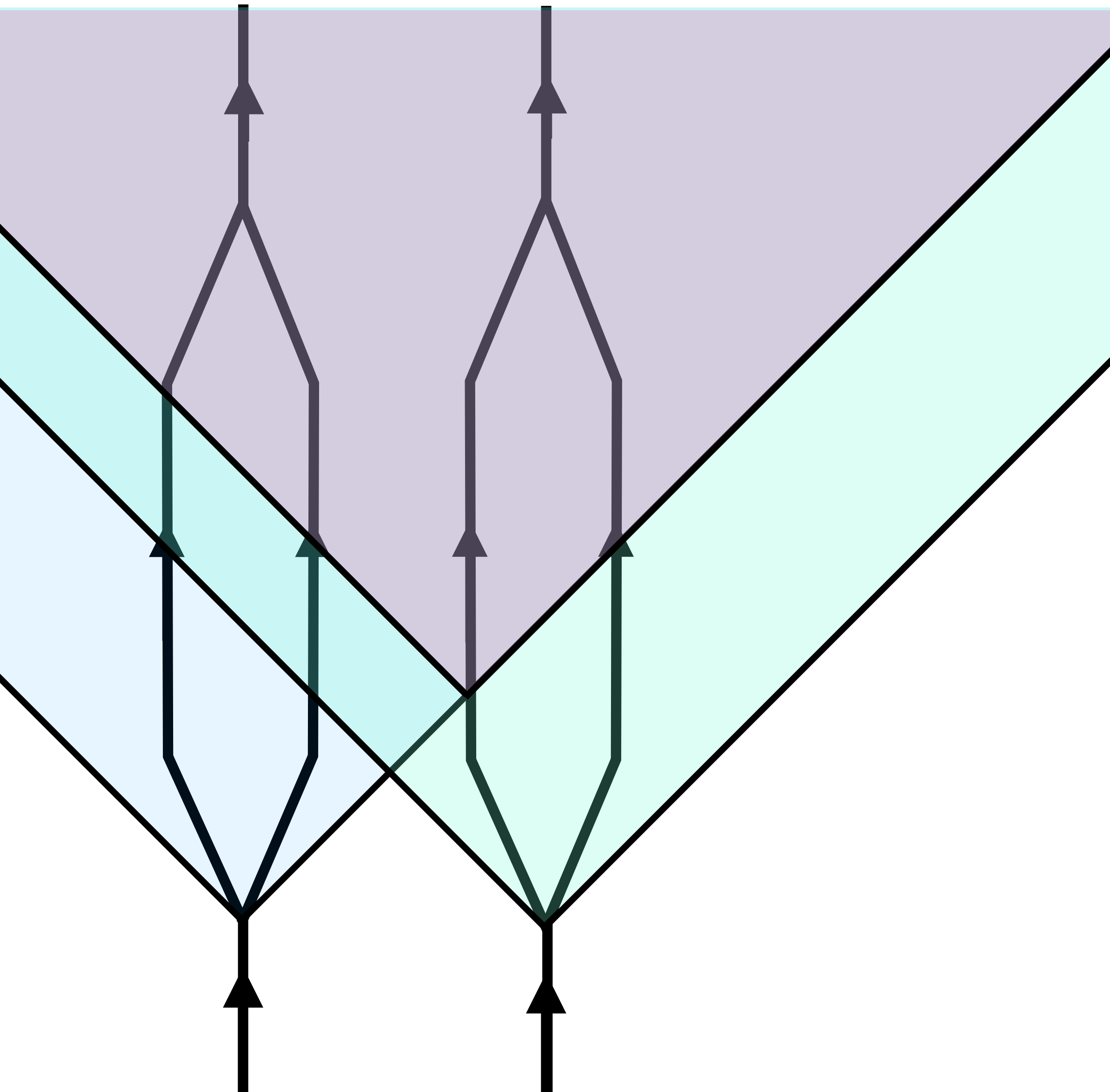


Bobが操作を行うと

Aliceの状態はBobの操作による
デコヒーレンスを起こす

AliceとBobは同時に操作を開始
いつAliceはデコヒーレンスを引き起こす
Bobの影響を受け始めるか？

- ①Bobの操作開始直後
- ②Bobの操作の影響がAliceの届いた後
- ③Aliceの情報がBobに届いて
その情報がAliceに返って以降





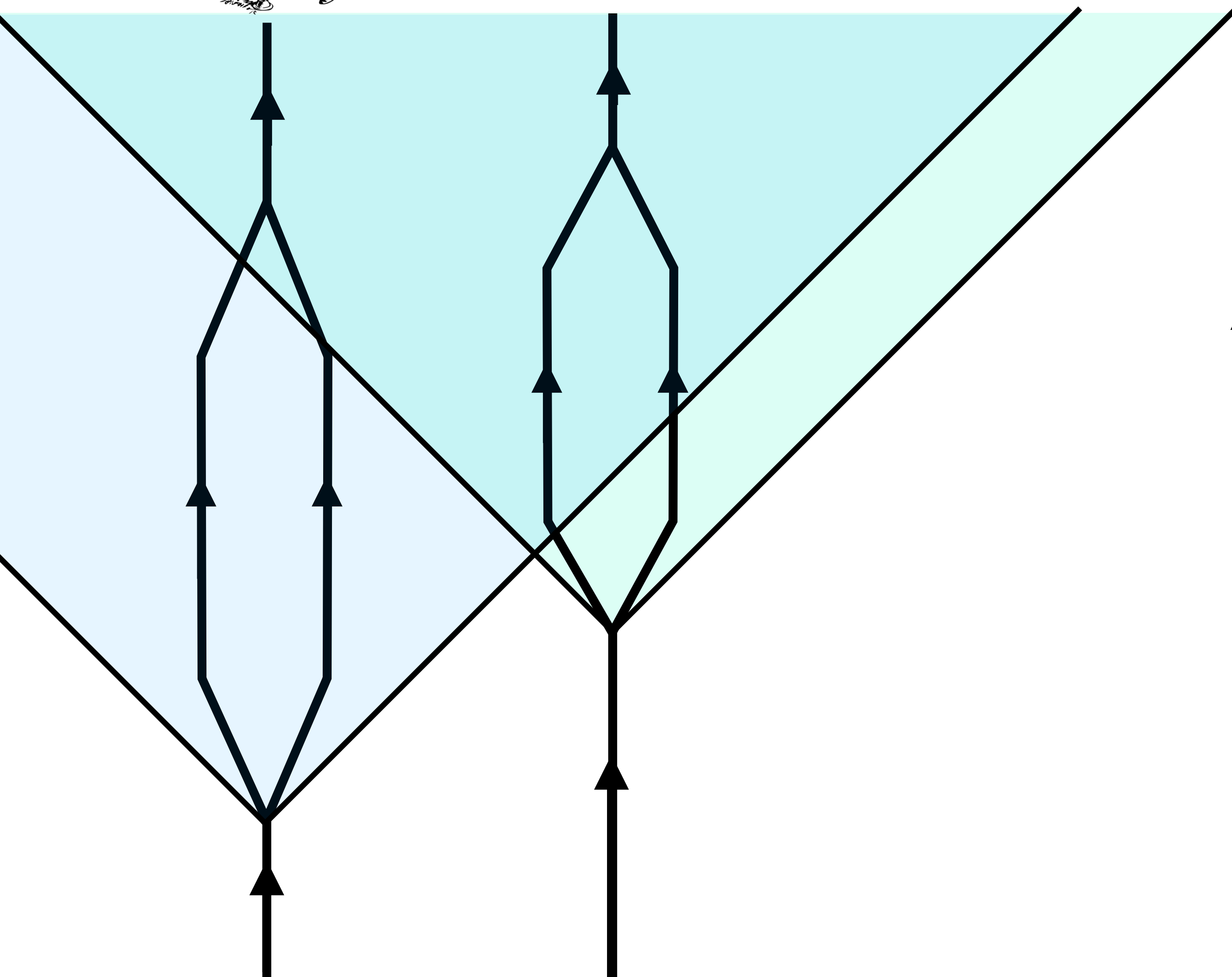
Bobが操作を行うと

Aliceの状態はBobの操作による
デコヒーレンスを起こす

AliceとBobは同時に操作を開始
いつAliceはデコヒーレンスを引き起こす
Bobの影響を受け始めるか？

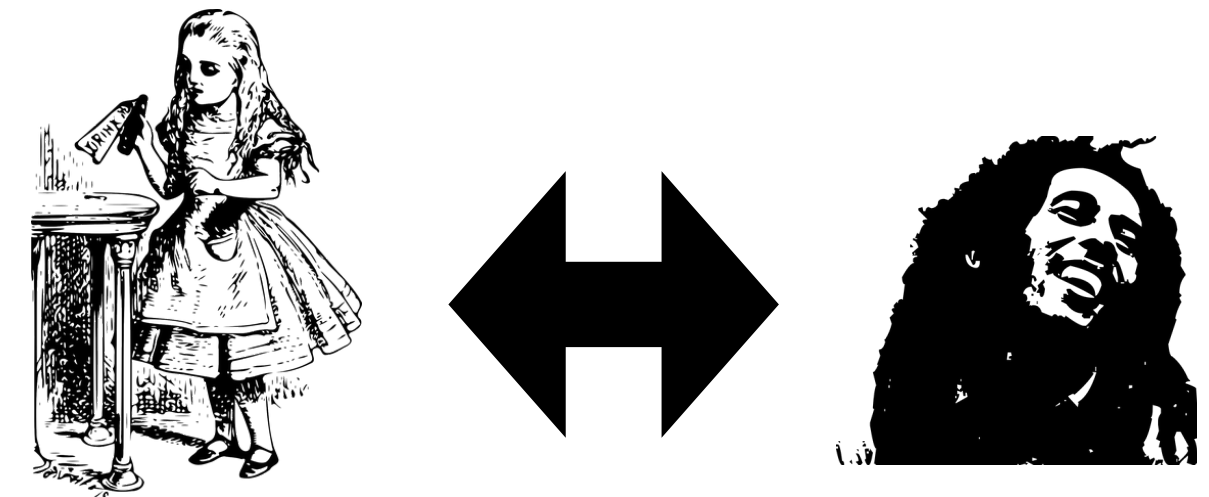
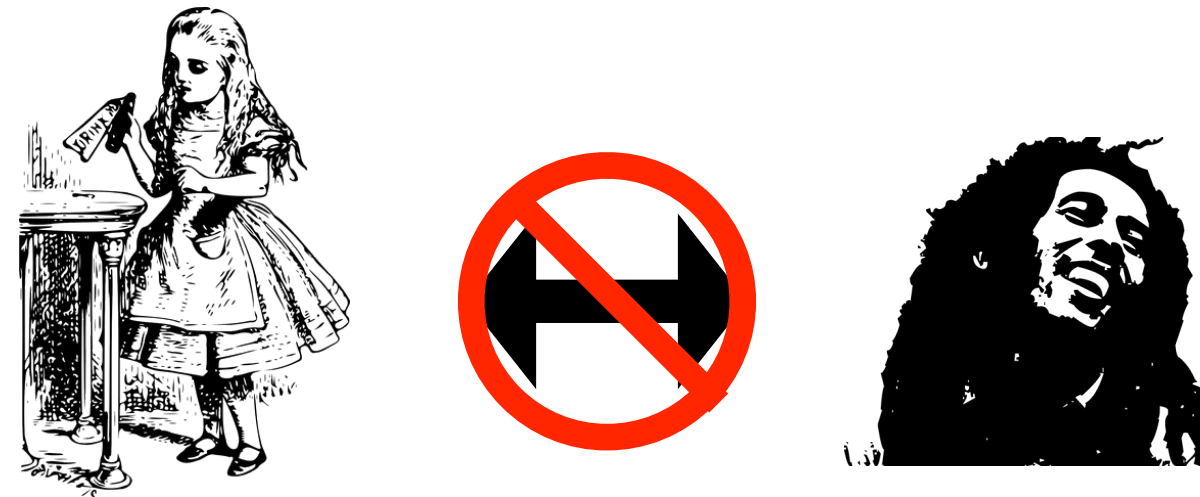
- ①Bobの操作開始直後
- ②Bobの操作の影響がAliceの届いた後
- ③Aliceの情報がBobに届いて
その情報がAliceに返って以降

正解は、②番

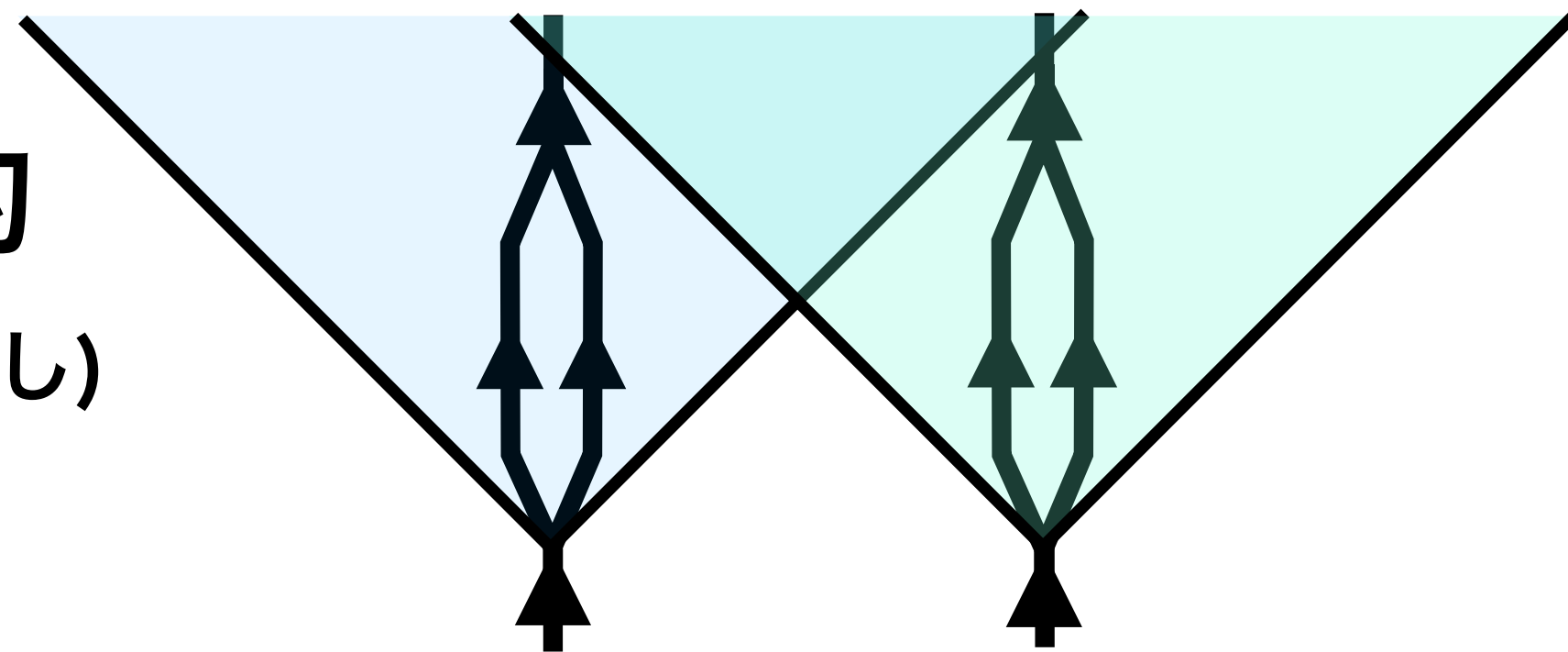


場の量子論では,
AliceからBobへと
BobからAliceへの
因果関係は
非対称になりうる

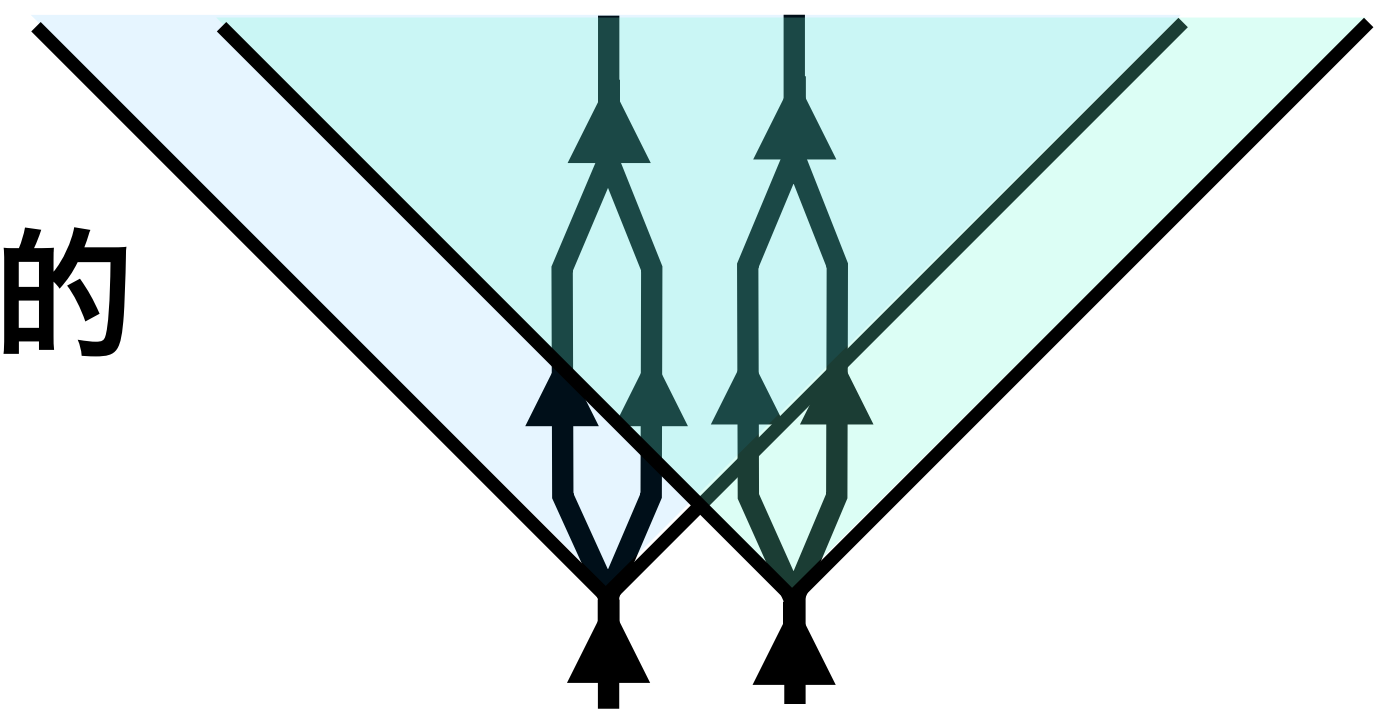
因果の4つのパターン



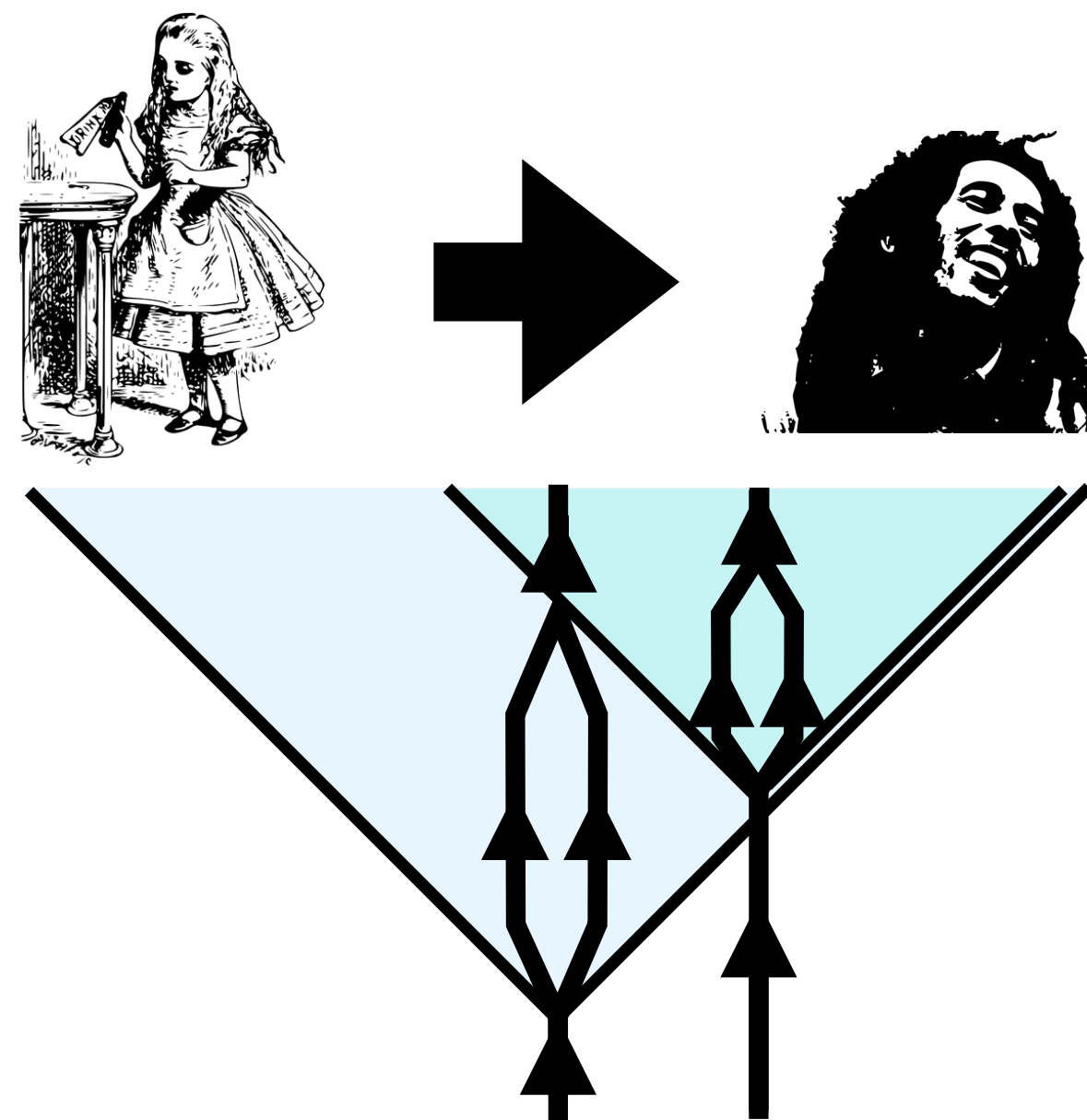
両者空間的
(情報のやり取りなし)



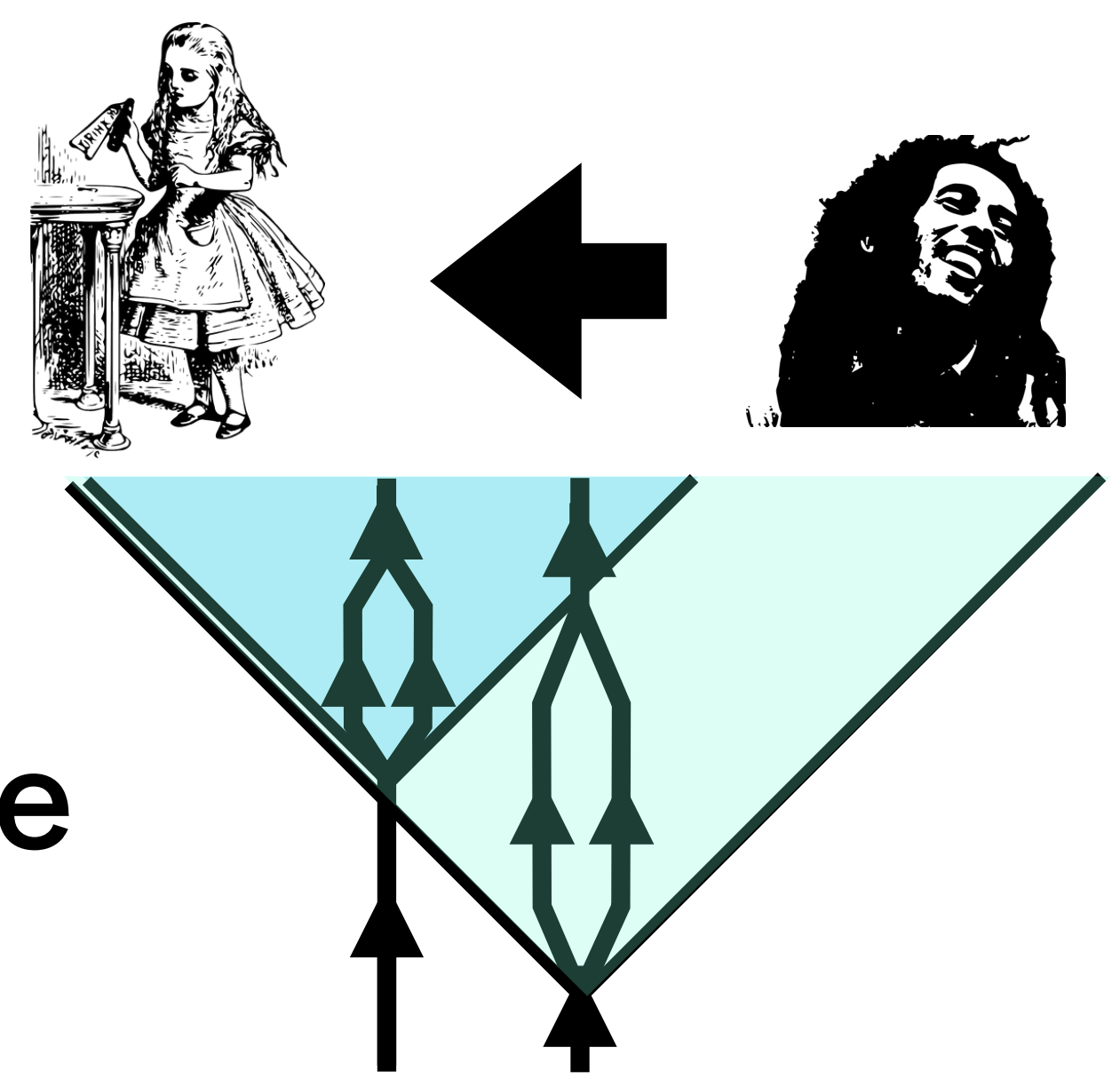
両者時間的



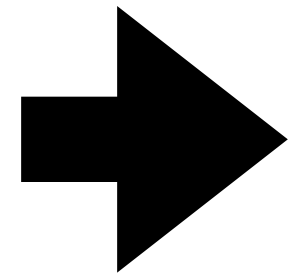
片方向
AliceからBob



片方向
BobからAlice



Waldらのパラドック



Belenchia, Wald, Giacomini, Castro-Ruiz, Brukner, Aspelmeyer, Phys. Rev. D 98, 126009 (2018)
Int. J. Mod. Phys. D 28, 1943001 (2019)

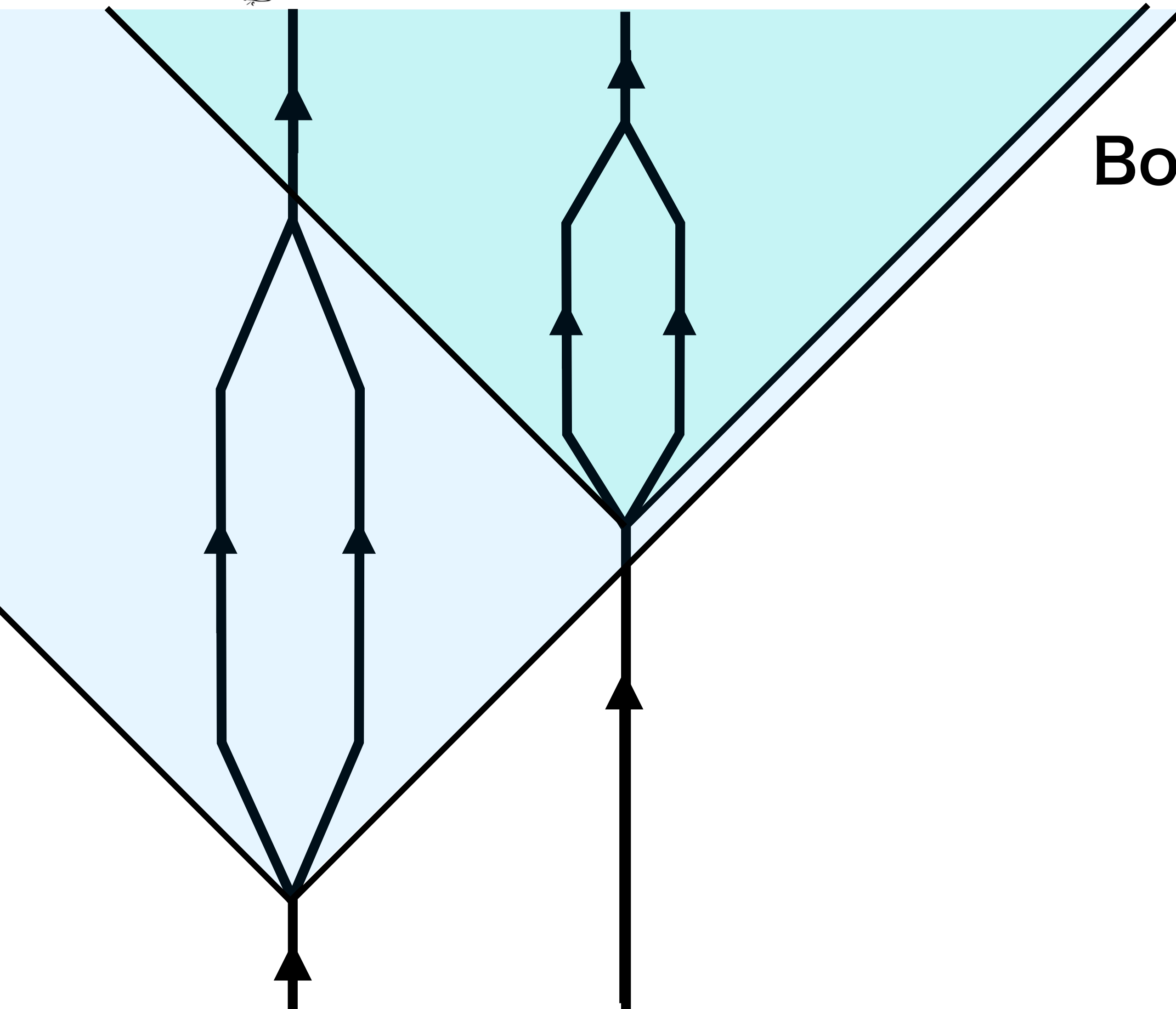
Danielson, Satishchandran, Wald, Phys. Rev. D 105, 086001 (2022)

YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

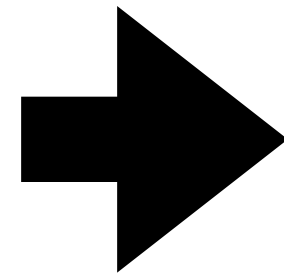
Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)

Aliceの操作の影響はBobに届くが
Bobの操作はAliceに届かない状況を考える

この時, BobはAliceの情報を
得ることができるか?



Waldらのパラドック



Belenchia, Wald, Giacomini, Castro-Ruiz, Brukner, Aspelmeyer, Phys. Rev. D 98, 126009 (2018)
Int. J. Mod. Phys. D 28, 1943001 (2019)

Danielson, Satishchandran, Wald, Phys. Rev. D 105, 086001 (2022)

YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

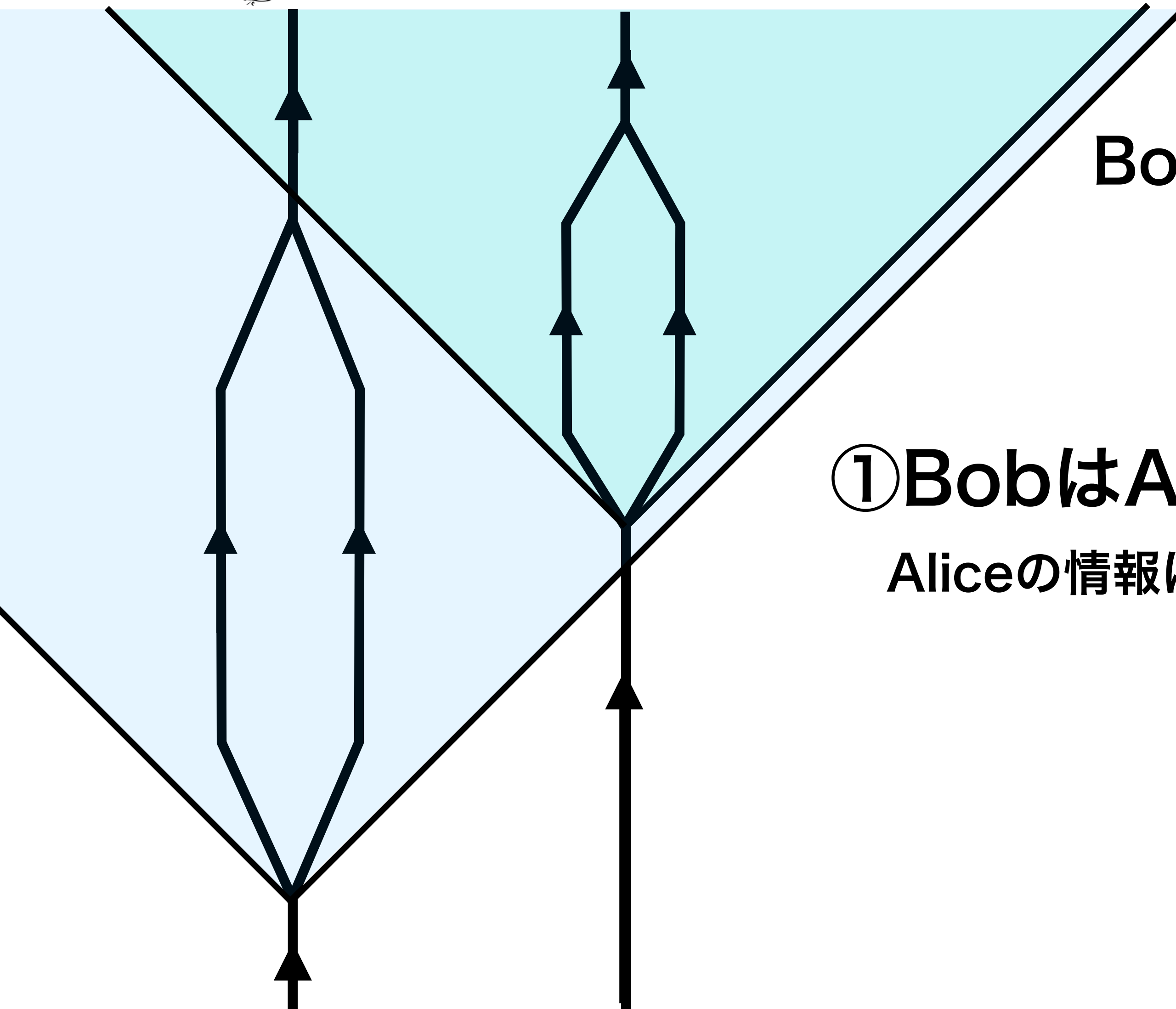
Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)

Aliceの操作の影響はBobに届くが
Bobの操作はAliceに届かない状況を考える

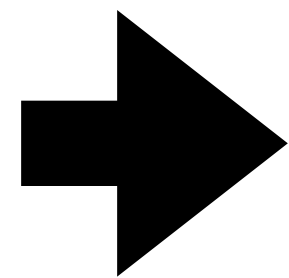
この時, BobはAliceの情報を
得ることができるか?

① BobはAliceの情報を得る

Aliceの情報は届いてるので情報が得られるはず



Waldらのパラドック



Belenchia, Wald, Giacomini, Castro-Ruiz, Brukner, Aspelmeyer, Phys. Rev. D 98, 126009 (2018)
Int. J. Mod. Phys. D 28, 1943001 (2019)

Danielson, Satishchandran, Wald, Phys. Rev. D 105, 086001 (2022)

YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)

Aliceの操作の影響はBobに届くが
Bobの操作はAliceに届かない状況を考える

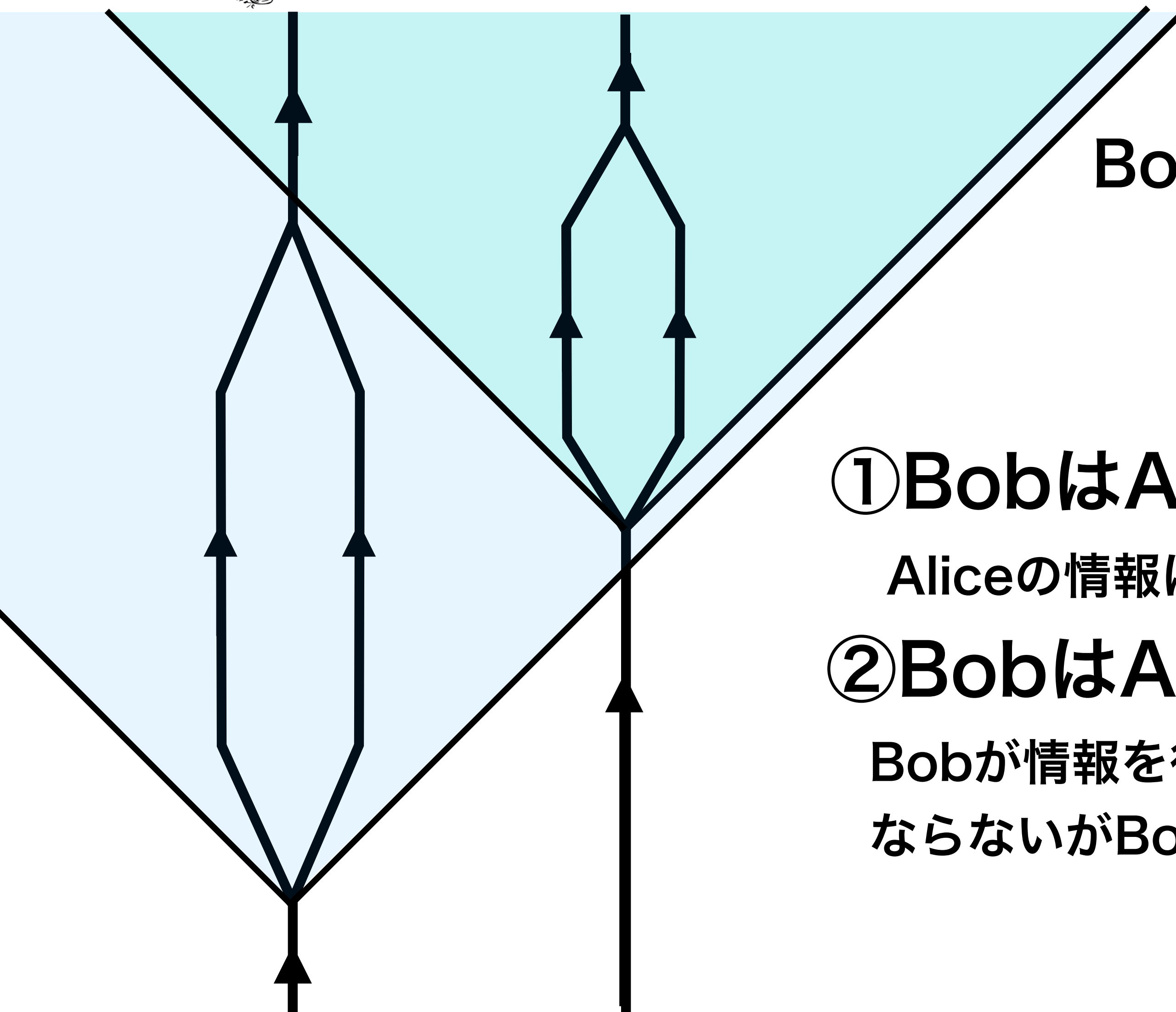
この時, BobはAliceの情報を
得ることができるか?

① BobはAliceの情報を得る

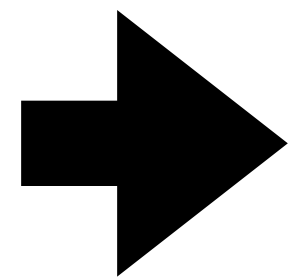
Aliceの情報は届いてるので情報が得られるはず

② BobはAliceの情報を得ることができない

Bobが情報を得たするとAliceはデコヒーレンスを起こさなければ
ならないがBobの影響はAliceに届いていないため矛盾するので



Waldらのパラドック



Belenchia, Wald, Giacomini, Castro-Ruiz, Brukner, Aspelmeyer, Phys. Rev. D 98, 126009 (2018)
Int. J. Mod. Phys. D 28, 1943001 (2019)

Danielson, Satishchandran, Wald, Phys. Rev. D 105, 086001 (2022)

YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)

Aliceの操作の影響はBobに届くが
Bobの操作はAliceに届かない状況を考える

この時, BobはAliceの情報を
得ることができるか?

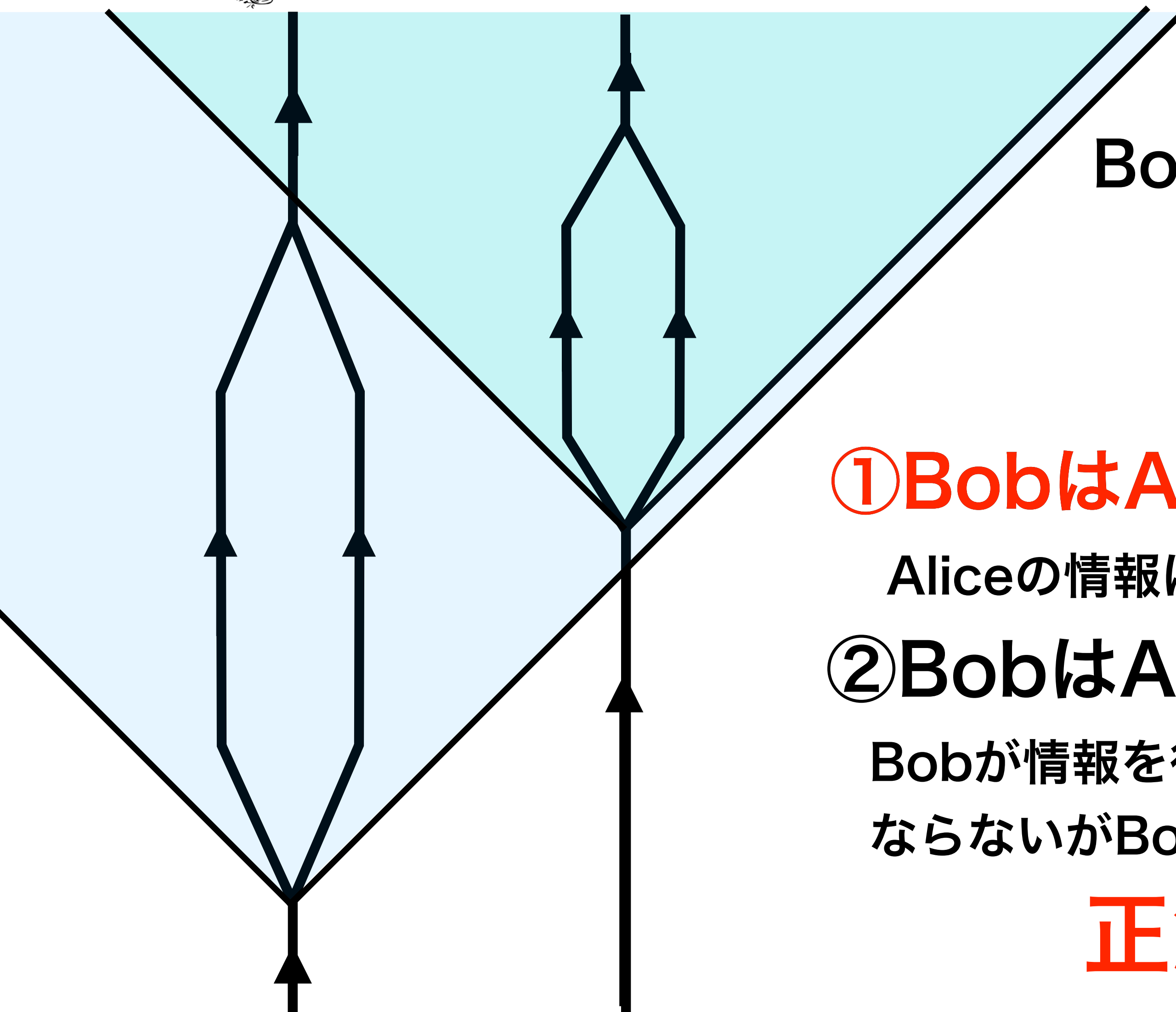
①BobはAliceの情報を得る

Aliceの情報は届いてるので情報が得られるはず

②BobはAliceの情報を得ることができない

Bobが情報を得たするとAliceはデコヒーレンスを起こさなければ
ならないがBobの影響はAliceに届いていないため矛盾するので

正解は, ①



**BobはAliceの情報を得て
Aliceはデコヒーレンスを起こす**

**BobはAliceの情報を得て
Aliceはデコヒーレンスを起こす**

- **なぜAliceはデコヒーレンスを起こすのか？**
- **Bobが情報を得ることと
Aliceのデコヒーレンスの関係は？**

なぜAliceはデコヒーレンスを起こすか？

デコヒーレンスの原因

= 他の何かとのエンタングルメント

なぜAliceはデコヒーレンスを起こすか？

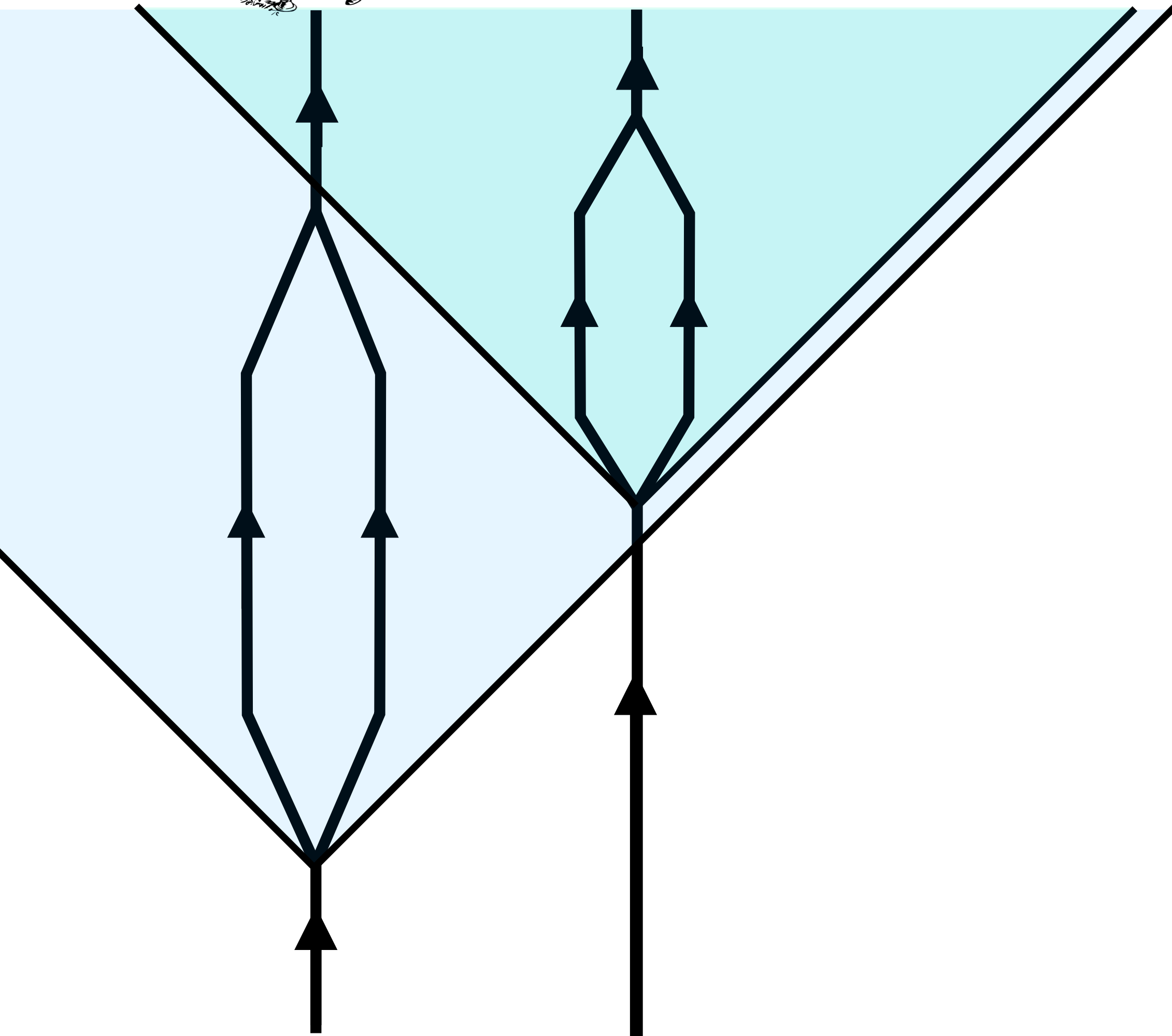
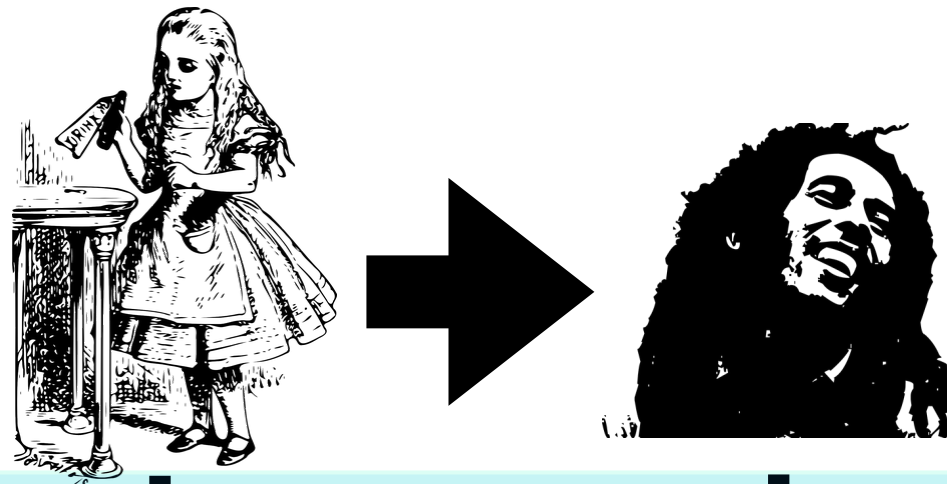
デコヒーレンスの原因

= 他の何かとのエンタングルメント

Bob以外とエンタングルメント

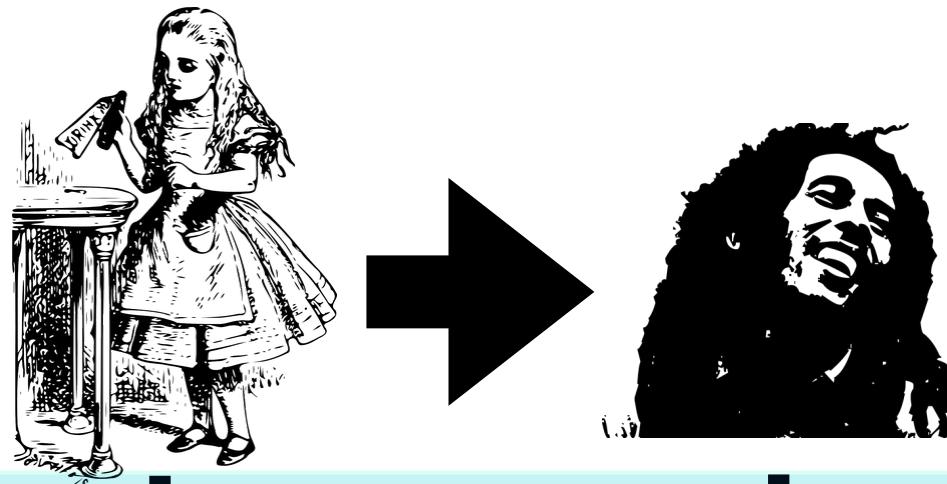
⇒ 場とのエンタングルメント

どのように場とエンタングルメントするか？

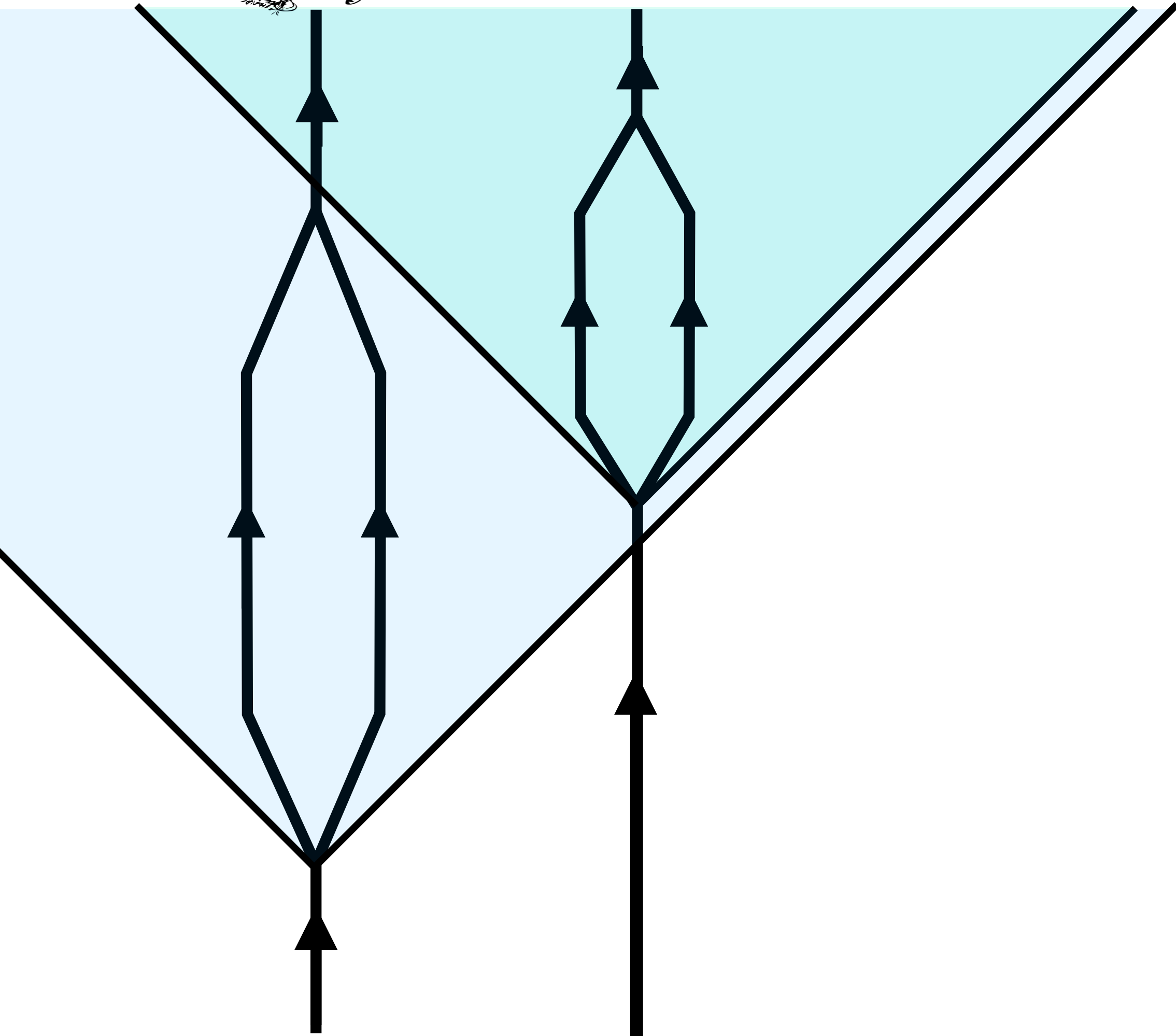


- エンタングルメントには、
2準位以上必要

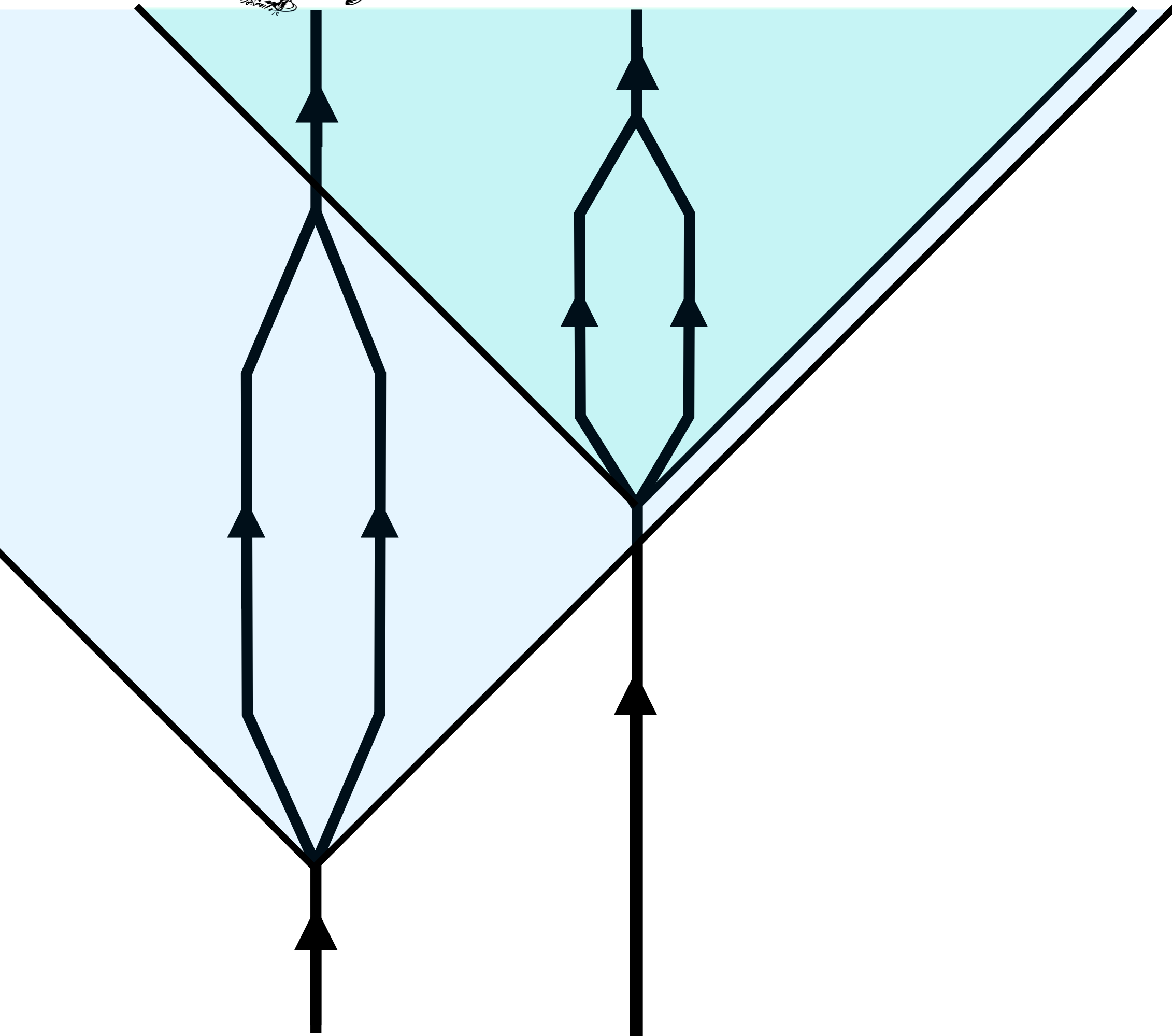
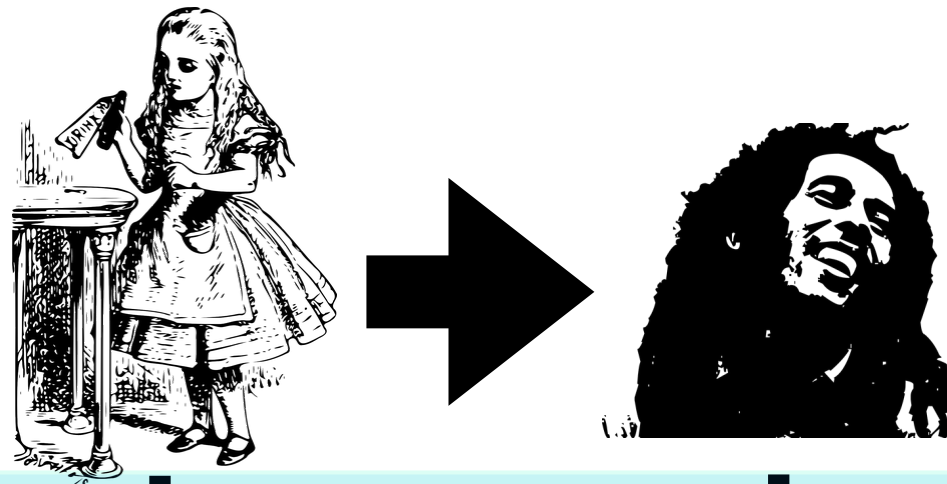
どのように場とエンタングルメントするか？



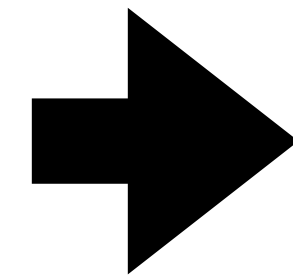
- エンタングルメントには、
2準位以上必要
- 場は、真空と励起状態(光子)状態の
重ね合わせ状態が必要



どのように場とエンタングルメントするか？

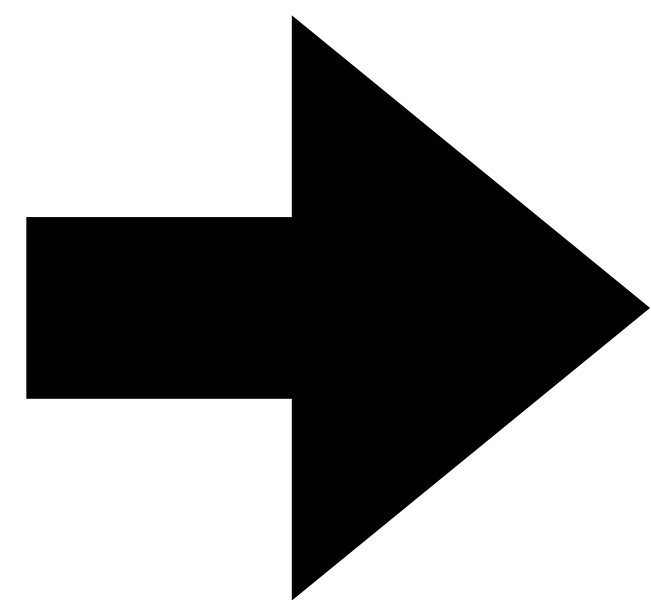


- エンタングルメントには、
2準位以上必要
- 場は、真空と励起状態(光子)状態の
重ね合わせ状態が必要
- Aliceは加速度運動により光を放出
その結果Aliceはデコヒーレンス



の時の考察から

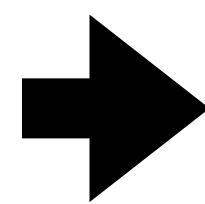
BobがAliceの情報を得られる



Alice:粒子生成が不可避

注意:AliceとBobは相関しているが, 分離可能状態の意味で,

エンタングルメントしていない $\rho_{AB} = \text{tr}_{\text{場}} \rho = \sum_k p_k \rho_A^k \otimes \rho_B^k$



の時はこのセットアップでは
エンタングルメントを生成できない

YH, Iso, Shimada, 2211.09441 [quant-ph], Simidzija, Jonsson, Martin-Martinez, Phys. Rev. D 97, 125002 (2018)

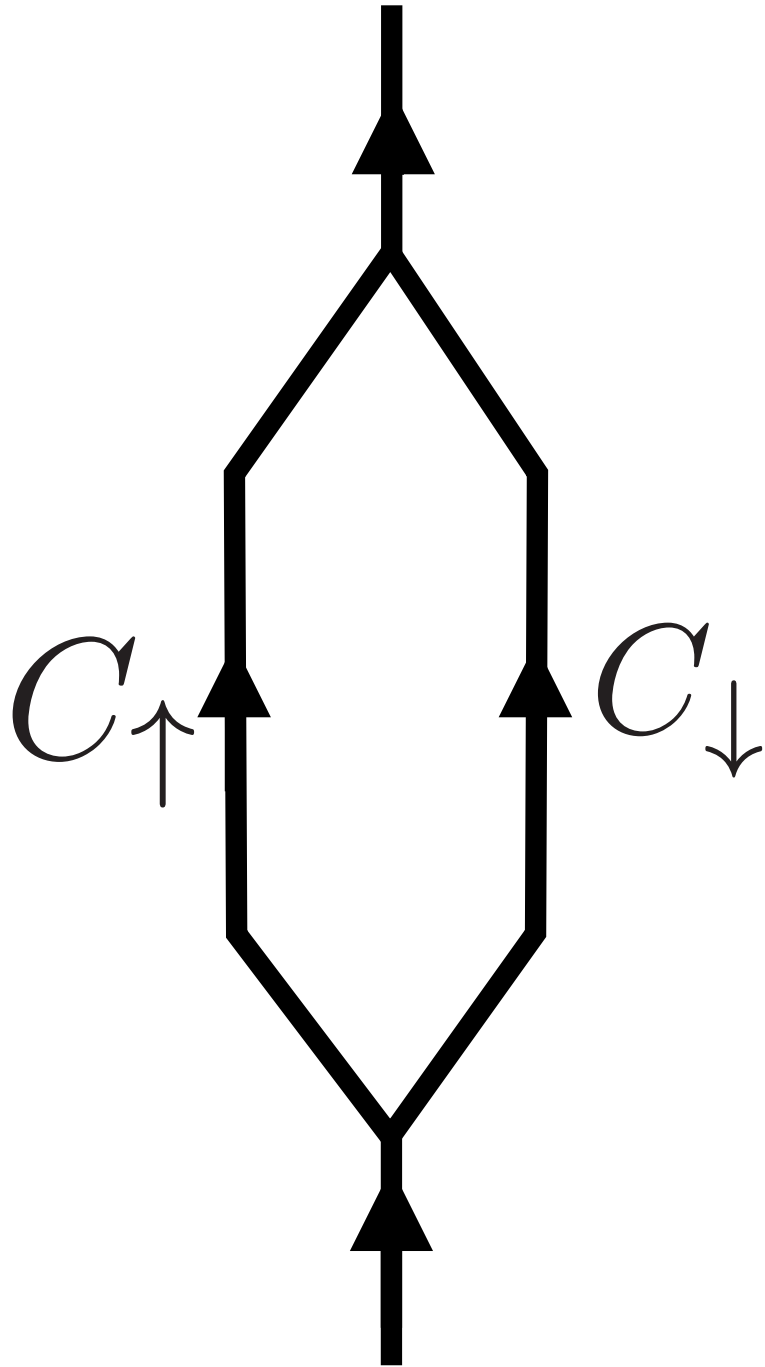
cf. Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022)

AliceとBobが空間的な場合についてMatsumura, Phys. Rev. D 104, 046001 (2021)

場の理論による評価(電磁気の場合)

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto , Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)
YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

経路差 $\Delta C = C_+ - C_-$



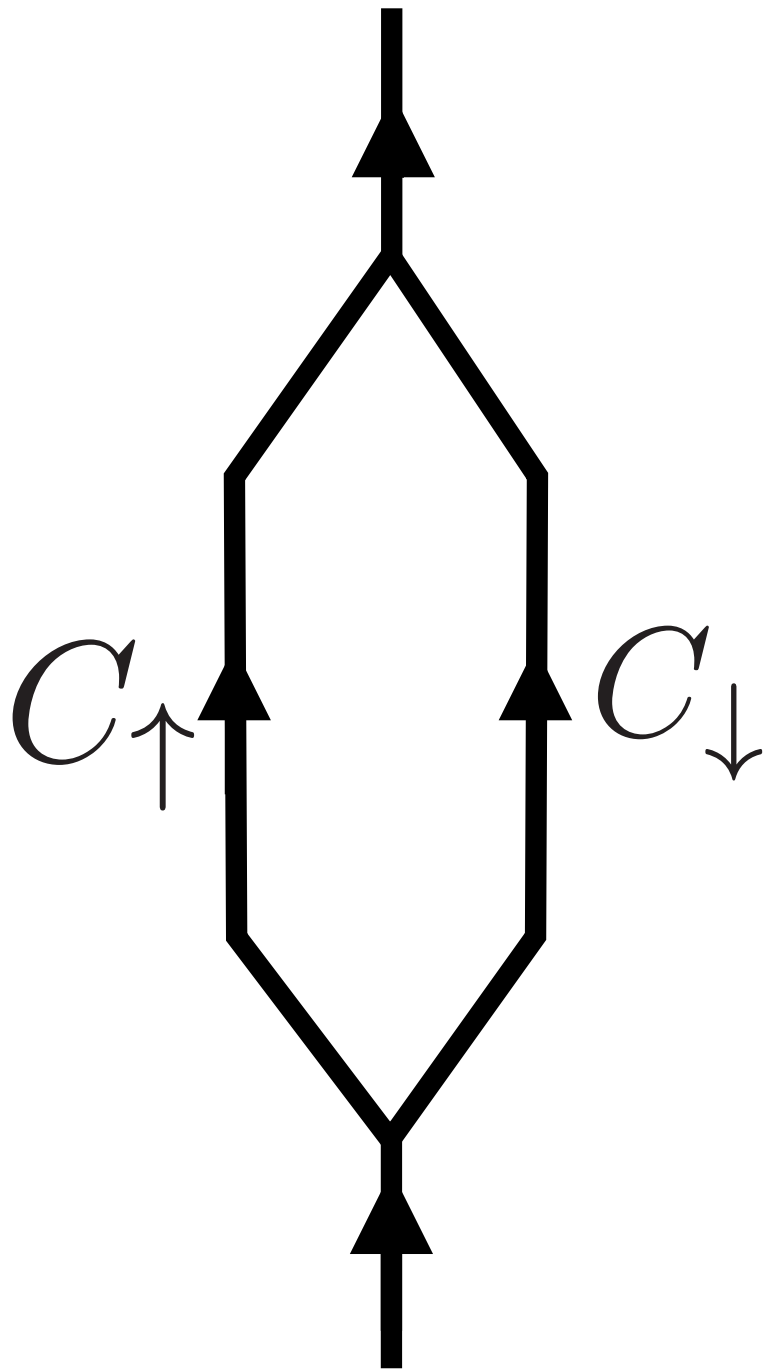
密度演算子

$$\rho_A = \text{tr}_{B, \text{場}} \rho = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & e^{+i\Theta_A} \mathcal{V}_A \\ e^{-i\Theta_A} \mathcal{V}_A & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

場の理論による評価(電磁気の場合)

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto , Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)
YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

経路差 $\Delta C = C_+ - C_-$



密度演算子

$$\rho_A = \text{tr}_{B, \text{場}} \rho = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & e^{+i\Theta_A} \mathcal{V}_A \\ e^{-i\Theta_A} \mathcal{V}_A & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V}_A = e^{-2\mathfrak{G}_K^{AA}} \cos(2\mathfrak{G}_R^{AB}) \cos \theta \sin \theta$$

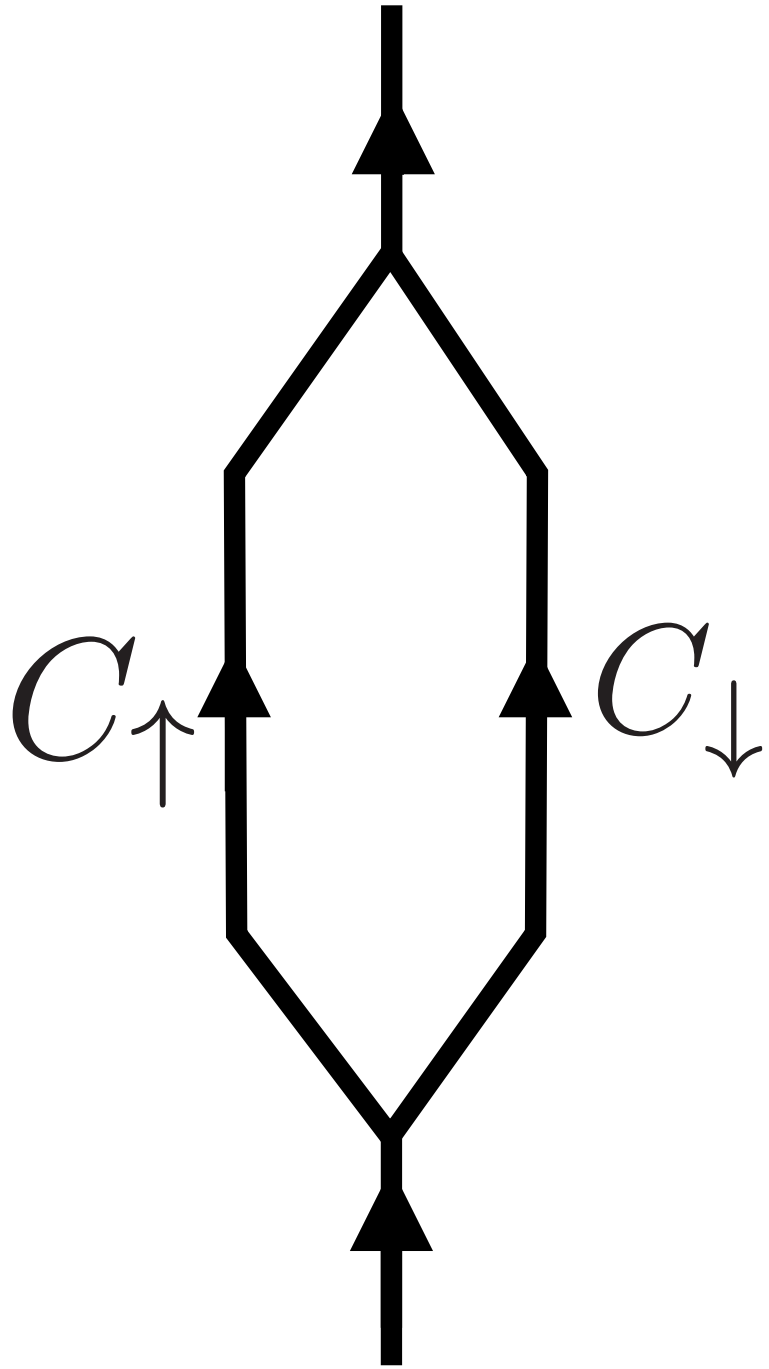
場によるデコヒーレンス

Bobによるデコヒーレンス

場の理論による評価(電磁気の場合)

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto , Phys. Rev. D, 106, 045009 (2022), Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)
YH, Iso, Shimada, Phys. Rev. D 106 (2022) 7, 076018, 2211.09441 [quant-ph]

経路差 $\Delta C = C_+ - C_-$



$$\rho_A = \text{tr}_{B, \text{場}} \rho = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & e^{+i\Theta_A} \mathcal{V}_A \\ e^{-i\Theta_A} \mathcal{V}_A & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V}_A = e^{-2\mathfrak{G}_K^{AA}} \cos(2\mathfrak{G}_R^{AB}) \cos \theta \sin \theta$$

場によるデコヒーレンス Bobによるデコヒーレンス

遅延Green関数
情報伝播

$$\mathfrak{G}_R^{\alpha\beta} = q_\alpha q_\beta \int_{\Delta C_\alpha} dx^\mu \int_{\Delta C_\beta} dx'^\mu i\theta(t - t') \langle [A_\mu(x), A_\nu(x')] \rangle$$

電荷 交換関係

Keldysh-Green関数
粒子生成, 場によるデコヒーレンス

$$\mathfrak{G}_K^{\alpha\beta} = q_\alpha q_\beta \int_{\Delta C_\alpha} dx^\mu \int_{\Delta C_\beta} dx'^\mu \frac{1}{2} \langle \{A_\mu(x), A_\nu(x')\} \rangle$$

半交換関係

情報伝達とデコヒーレンスの関係について

情報伝達とデコヒーレンスの間の関係について

Robertson不等式 $\sqrt{\langle \delta O_1^2 \rangle} \sqrt{\langle \delta O_2^2 \rangle} \geq \frac{1}{2} | \langle [\delta O_1, \delta O_2] \rangle |$

情報伝達とデコヒーレンスの間の関係について

Robertson不等式 $\sqrt{\langle \delta O_1^2 \rangle} \sqrt{\langle \delta O_2^2 \rangle} \geq \frac{1}{2} | \langle [\delta O_1, \delta O_2] \rangle |$

$$\begin{aligned} \delta O_1 &= x - \langle x \rangle \\ \delta O_2 &= p - \langle p \rangle \end{aligned} \Rightarrow \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} \sqrt{\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle} = \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Kennard不等式

情報伝達とデコヒーレンスの間について

Robertson不等式 $\sqrt{\langle \delta O_1^2 \rangle} \sqrt{\langle \delta O_2^2 \rangle} \geq \frac{1}{2} | \langle [\delta O_1, \delta O_2] \rangle |$

$$\begin{aligned} \delta O_1 &= x - \langle x \rangle \\ \delta O_2 &= p - \langle p \rangle \end{aligned} \Rightarrow \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} \sqrt{\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle} = \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Kennard不等式

$$\begin{aligned} \delta O_1 &= \int_{\Delta C_A} dx^\mu A_\mu(x) \\ \delta O_2 &= \int_{\Delta C_B} dx'^\mu A_\mu(x') \end{aligned} \Rightarrow \mathfrak{G}_K^{AA} \mathfrak{G}_K^{BB} \geq \frac{1}{2} (\mathfrak{G}_R^{AB} - \mathfrak{G}_R^{BA})^2$$

情報伝達とデコヒーレンスの間の不等式

Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)

情報伝達とデコヒーレンスの関係について

Robertson不等式 $\sqrt{\langle \delta O_1^2 \rangle} \sqrt{\langle \delta O_2^2 \rangle} \geq \frac{1}{2} | \langle [\delta O_1, \delta O_2] \rangle |$

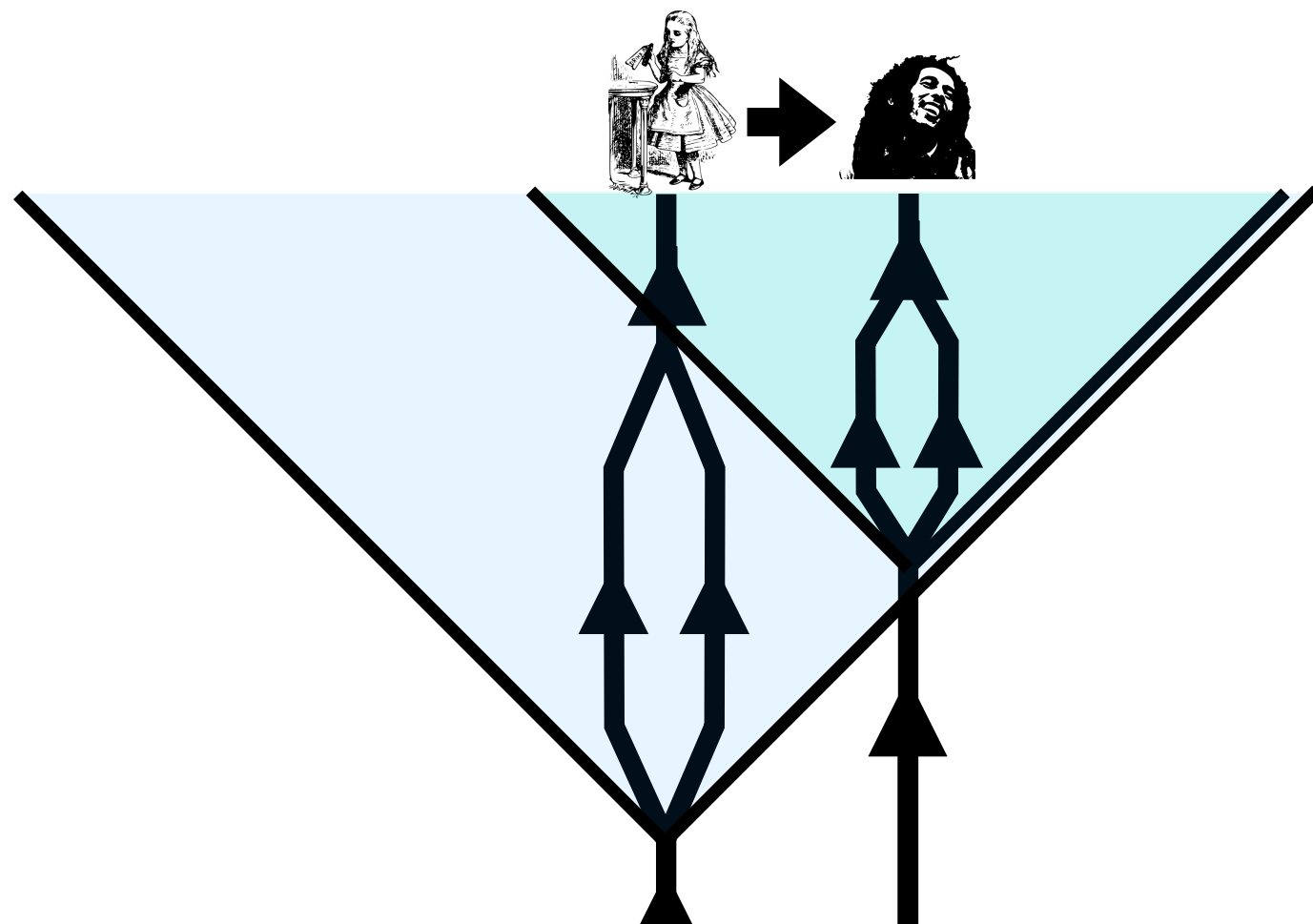
$$\begin{aligned} \delta O_1 &= x - \langle x \rangle \\ \delta O_2 &= p - \langle p \rangle \end{aligned} \Rightarrow \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} \sqrt{\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle} = \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Kennard不等式

$$\begin{aligned} \delta O_1 &= \int_{\Delta C_A} dx^\mu A_\mu(x) \\ \delta O_2 &= \int_{\Delta C_B} dx'^\mu A_\mu(x') \end{aligned} \Rightarrow \mathfrak{G}_K^{AA} \mathfrak{G}_K^{BB} \geq \frac{1}{2} (\mathfrak{G}_R^{AB} - \mathfrak{G}_R^{BA})^2$$

情報伝達とデコヒーレンスの間の不等式

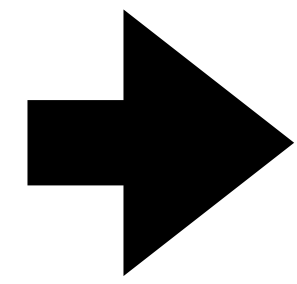
Sugiyama, Matsumura, Yamamoto, Phys. Rev. D 106, 125002 (2022)



$$\begin{aligned} \mathfrak{G}_R^{AB} &= 0 \\ \mathfrak{G}_R^{BA} &\neq 0 \end{aligned} \Rightarrow \mathfrak{G}_K^{AA} \neq 0$$

場によるAliceのデコヒーレンス

$$\mathcal{V}_A = e^{-2\mathfrak{G}_K^{AA}} \cos \theta \sin \theta < \cos \theta \sin \theta$$



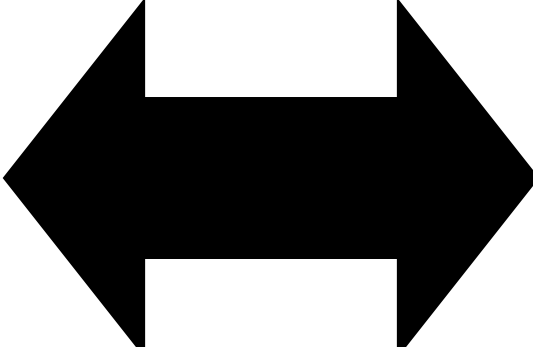
の場合に

**Bobが情報を得るには、
粒子生成が不可避であった**

**Q. 粒子生成が起きない理論では、
場を通じた情報の送受信は
できないのだろうか？**

力と粒子

場の理論では

力が存在  粒子が存在

例: 電磁気力, 光子

例: 核力, π 中間子, ...

例: 重力, 重力子

ゲージ理論や重力理論では例外がある

場の存在と粒子の存在は必ずしも一致しない

例1) (1+1)次元U(1)ゲージ理論

線形ポテンシャル

横波が存在しない $\Rightarrow$ 光子(スピン1)はない

例2) (2+1)次元量子重力

ポテンシャルなし

4重極(=面)が作れない $\Rightarrow$ 重力子(スピン2)はない

場の励起モードがない3つの模型で考察

YH, Iso, Ito, Shimada in preparation

- (2+1)次元 $U(1)$ Chern-Simons理論

ポテンシャルなし

- (1+1)次元 $U(1)$ ゲージ理論

線形ポテンシャル

- (2+1)次元 量子重力理論

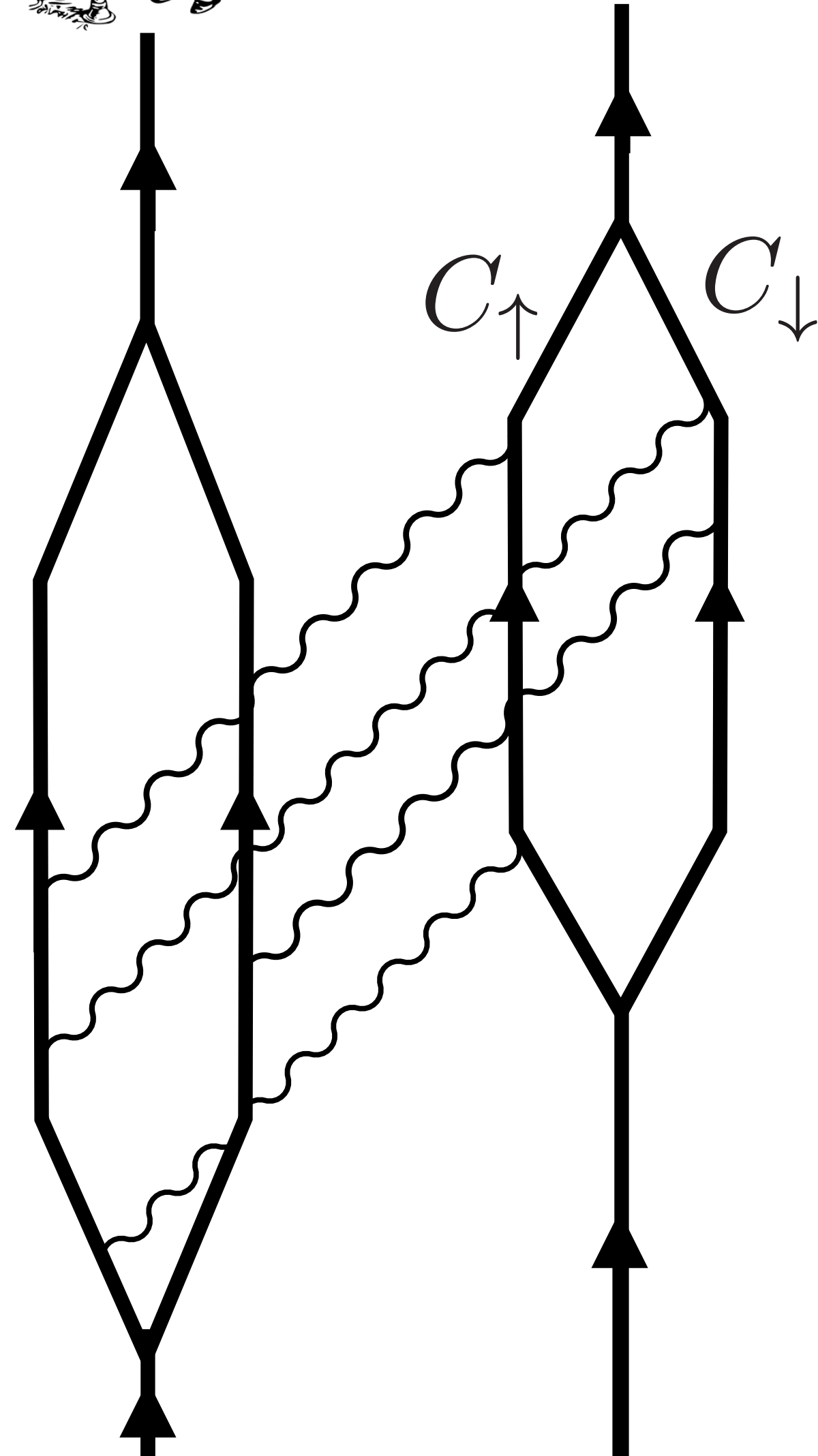
ポテンシャルなし

Bobは何を見ているか？

電磁気の場合:

Aliceが作る場 A_μ の位相差:

$$\exp \left\{ i \int_{C_\uparrow - C_\downarrow} dx^\mu (A_\mu^\uparrow - A_\mu^\downarrow) \right\}$$



Bobは何を見ているか？

電磁気の場合:

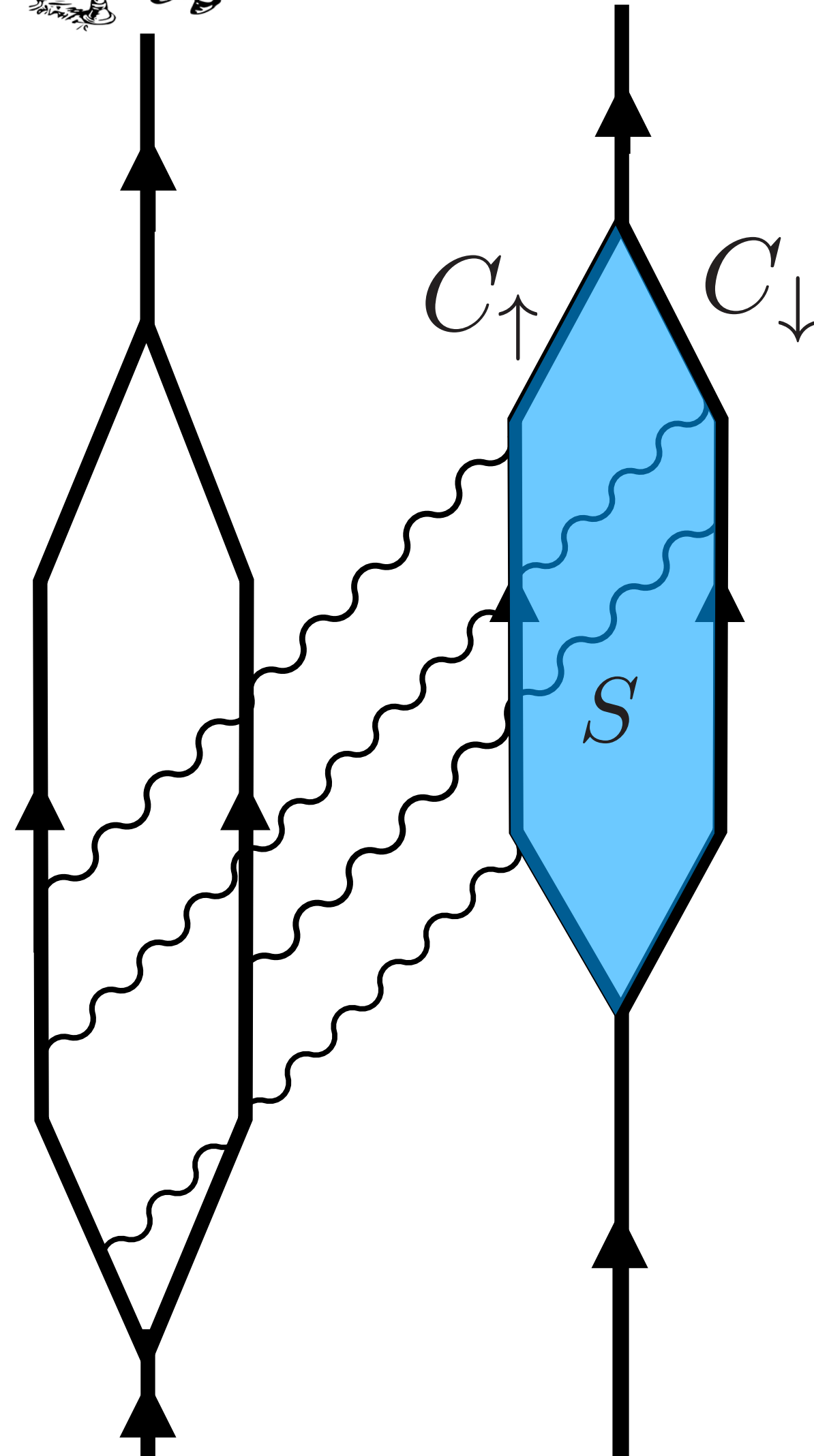
Aliceが作る場 A_μ の位相差:

$$\exp \left\{ i \int_{C_\uparrow - C_\downarrow} dx^\mu (A_\mu^\uparrow - A_\mu^\downarrow) \right\}$$

$$= \exp \left\{ i \int_S dx^\mu dx^\nu (F_{\mu\nu}^\uparrow - F_{\mu\nu}^\downarrow) \right\}$$

Bobの粒子の軌道で囲まれた面を
貫くフラックスの差を見ている

Aliceの軌道によって面を貫くフラックスが
違っていれば情報をBobは情報を得られる



(2+1)次元 U(1) Chern-Simons理論

(2+1)d U(1) Chern-Simons理論

(分数)量子ホール系の低エネルギー有効理論

$$S = -\frac{k}{4\pi} \int d^3x \epsilon^{\mu\nu\rho} A_\mu \partial_\nu A_\rho$$

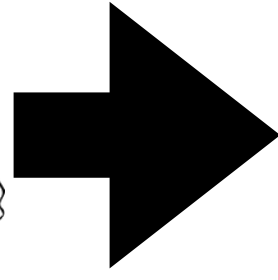
k :整数

運動方程式 $\frac{k}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho} F_{\nu\rho}(x) = J^\mu(x)$

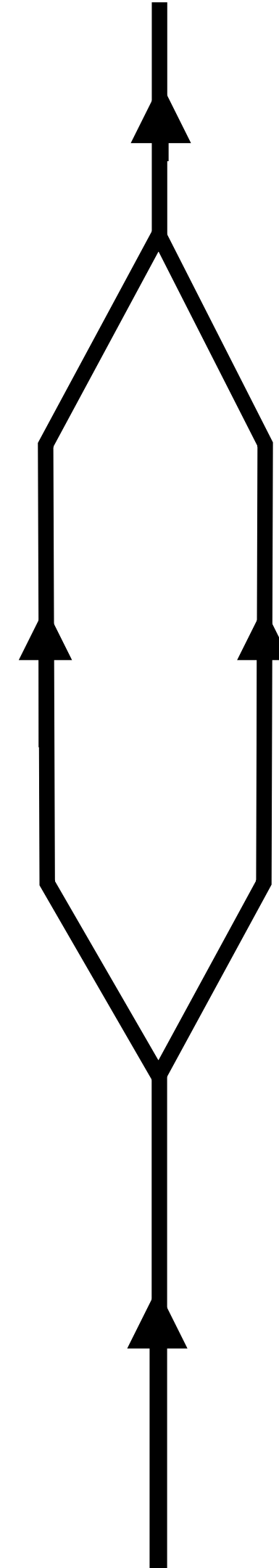
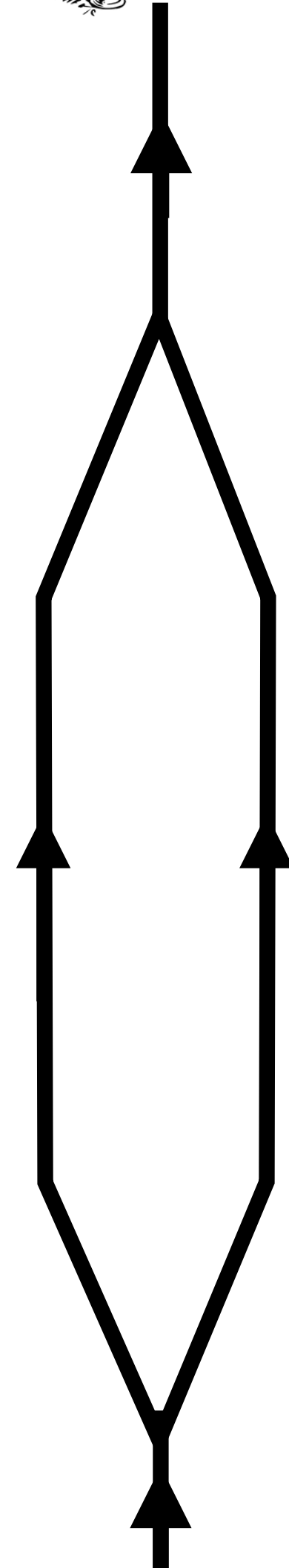
カレントが存在する領域のみ電磁場が存在

⇒離れた粒子間に力は働かない

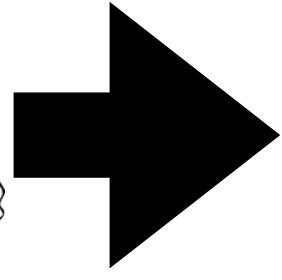
$(2+1)d$ U(1) Chern-Simons理論



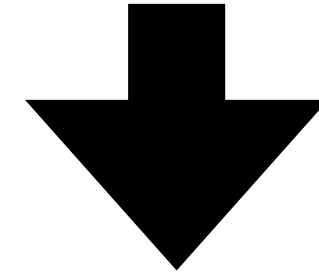
フラックスは軌道上のみに存在



(2+1)d U(1) Chern-Simons理論



フラックスは軌道上のみに存在

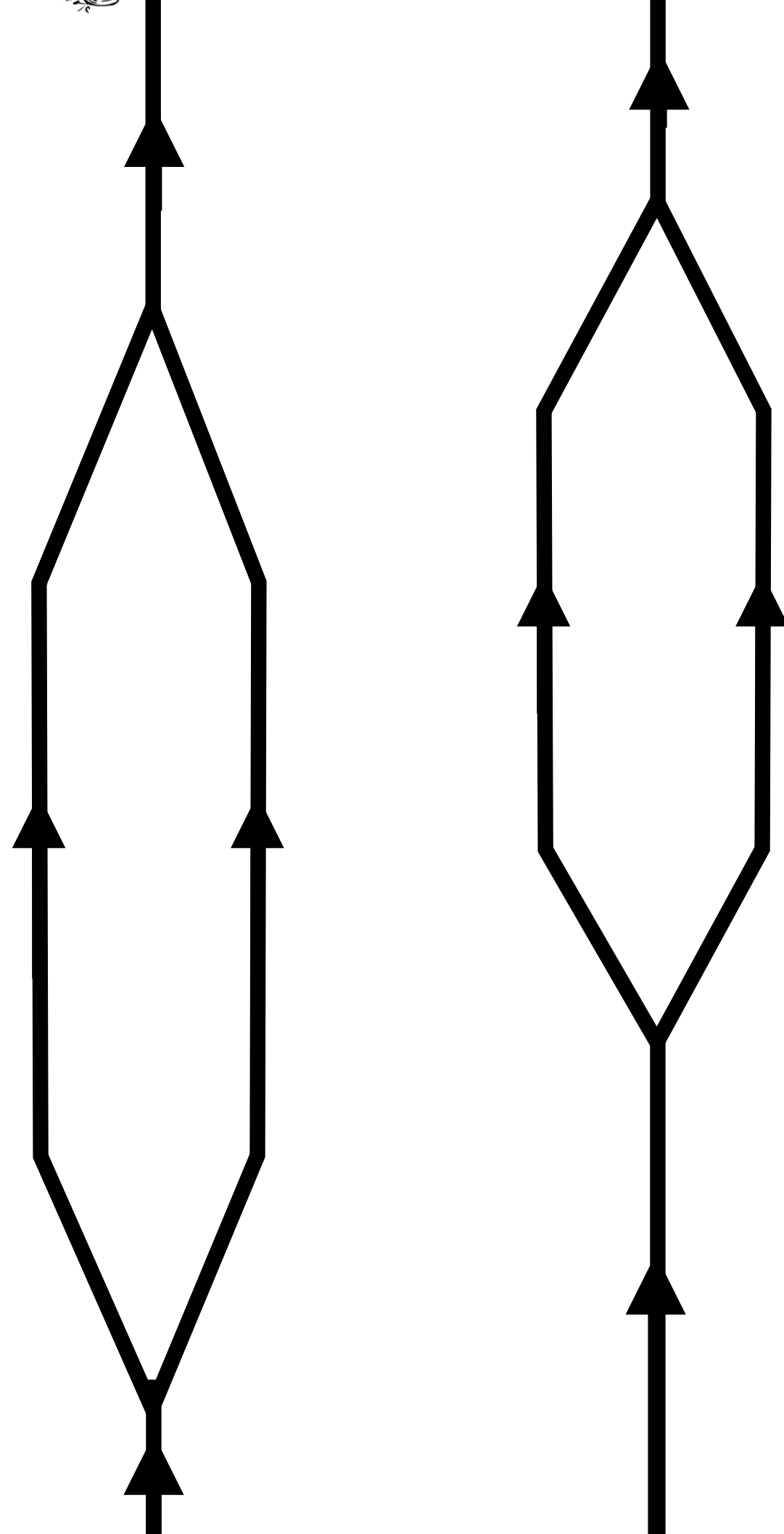


面をフラックスが貫かない($F_{\mu\nu}^{\uparrow} = F_{\mu\nu}^{\downarrow} = 0$)

位相差なし

$$\exp \left\{ i \int_S dx^{\mu} dx^{\nu} (F_{\mu\nu}^{\uparrow} - F_{\mu\nu}^{\downarrow}) \right\} = 1$$

粒子生成がないので、空間的な場合に
情報が得られないことと無矛盾

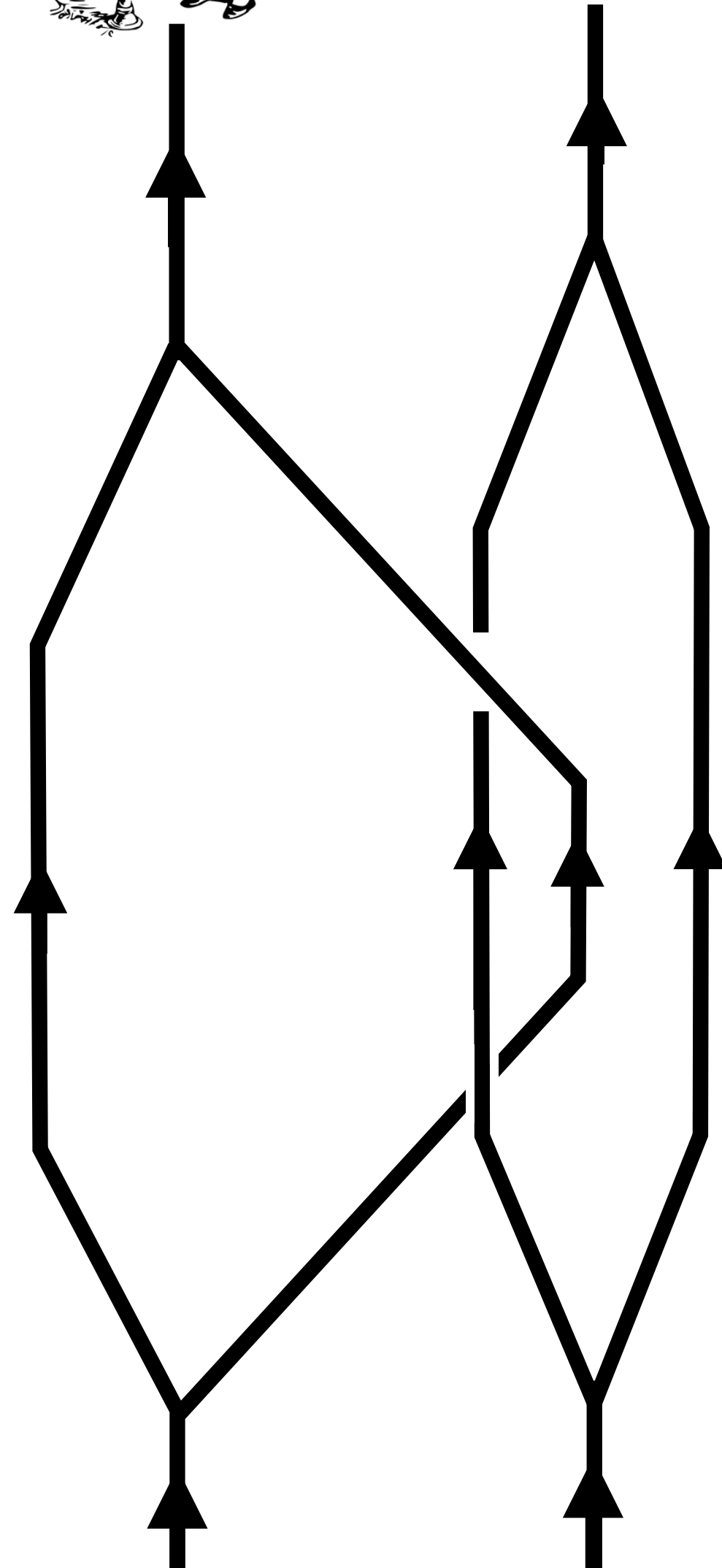


(2+1)d U(1) Chern-Simons理論



面を1本フラックスが貫く場合

$$\exp \left\{ i \int_S dx^\mu dx^\nu (F_{\mu\nu}^\uparrow - F_{\mu\nu}^\downarrow) \right\}$$



(2+1)d U(1) Chern-Simons理論



面を1本フラックスが貫く場合

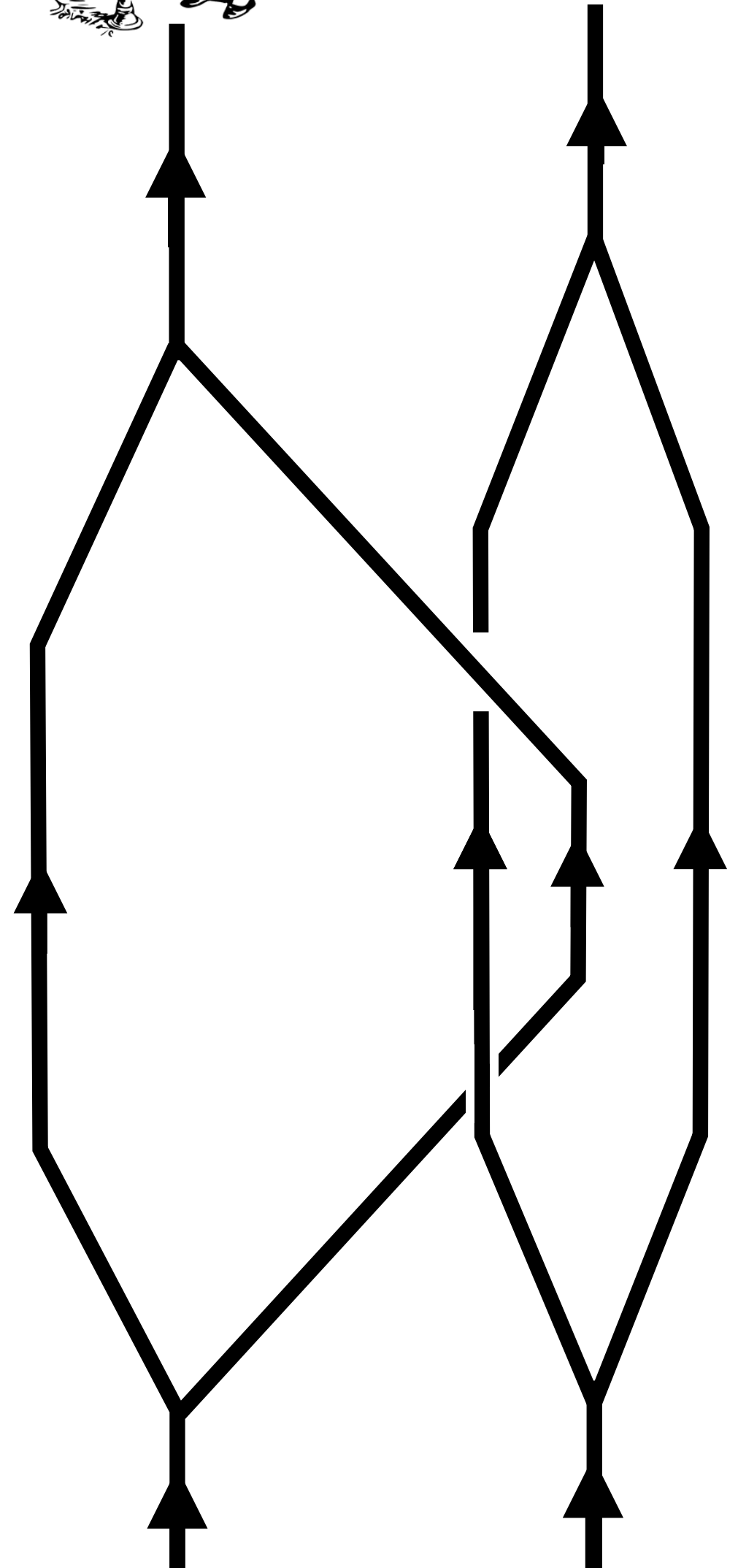
$$\exp \left\{ i \int_S dx^\mu dx^\nu (F_{\mu\nu}^\uparrow - F_{\mu\nu}^\downarrow) \right\}$$

$$= \exp \left\{ i \int_S dx^\mu dx^\nu \left(0 - \frac{2\pi}{k} \epsilon_{\mu\nu\rho} J_{A\downarrow}^\rho \right) \right\} = e^{-i \frac{2\pi}{k}}$$

位相差が発生するので情報が送受信可能

この場合は、必ず両者時間的

AliceはBobによる影響を受ける



$(1+1)$ 次元U(1)ゲージ理論

(1+1)次元U(1)ゲージ理論

$$S = - \int d^2x \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = - \int d^2x \frac{1}{2} E^2$$

磁場が存在しない

運動方程式(Maxwell方程式)

$$\partial_z E = J^0 \quad -\partial_t E = J^1$$

(1+1)次元U(1)ゲージ理論

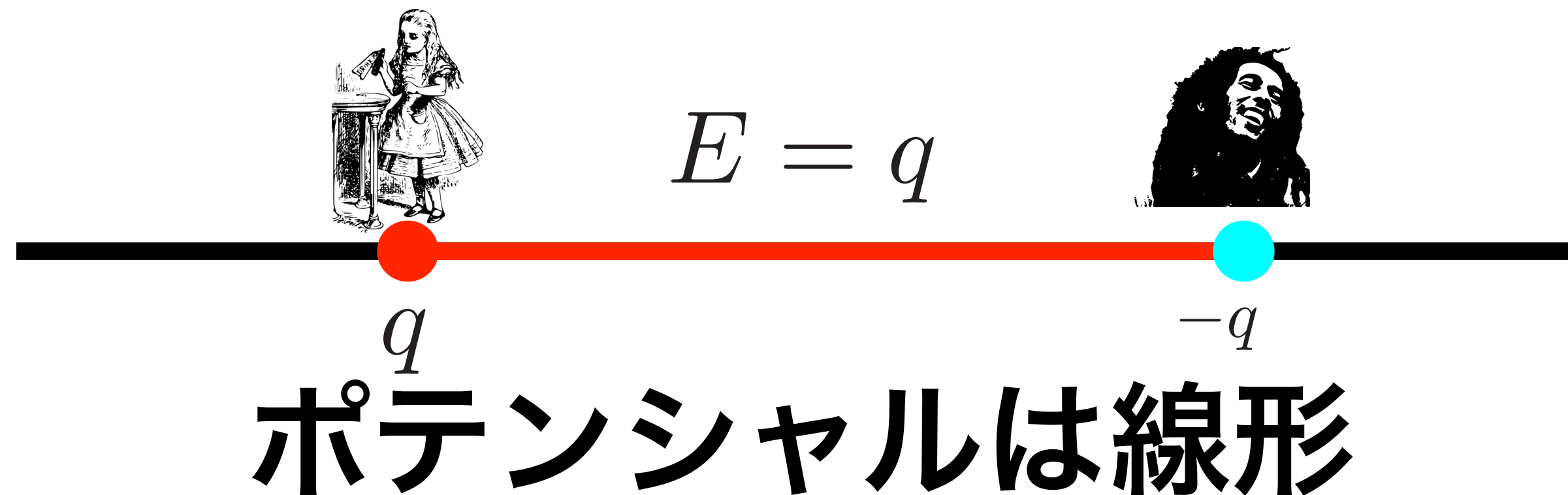
$$S = - \int d^2x \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = - \int d^2x \frac{1}{2} E^2$$

磁場が存在しない

運動方程式(Maxwell方程式)

$$\partial_z E = J^0 \quad -\partial_t E = J^1$$

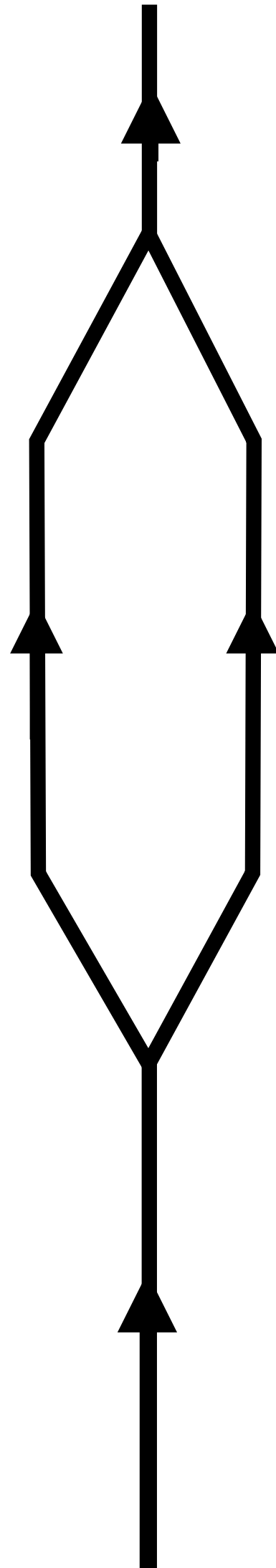
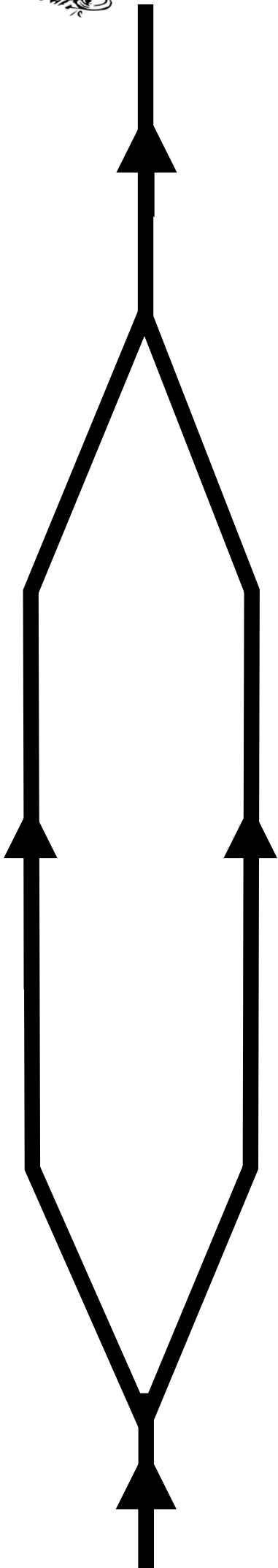
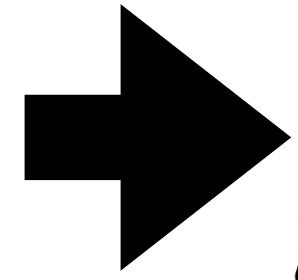
2つの点に静止した電荷($\pm q$)の間の電場は一定



(1+1)次元U(1)ゲージ理論

粒子間のクーロンポテンシャルは線形

⇒電場は一定 $F_{\mu\nu}^{\uparrow} = F_{\mu\nu}^{\downarrow}$



(1+1)次元U(1)ゲージ理論

粒子間のクーロンポテンシャルは線形

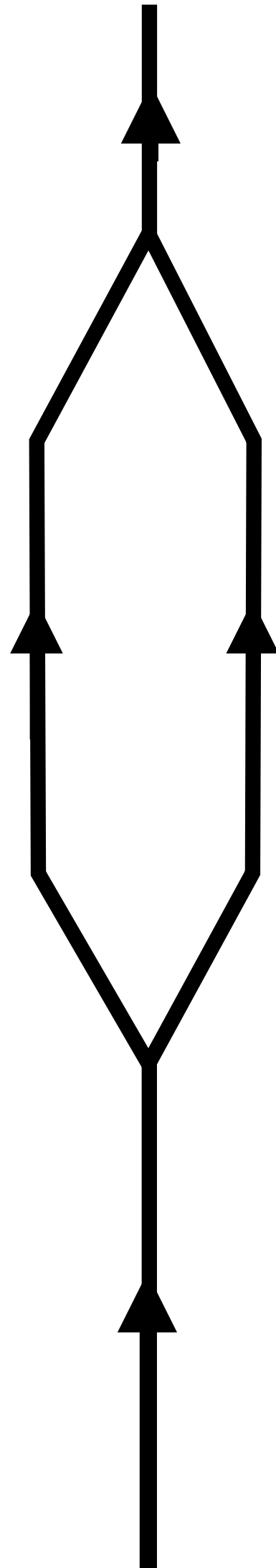
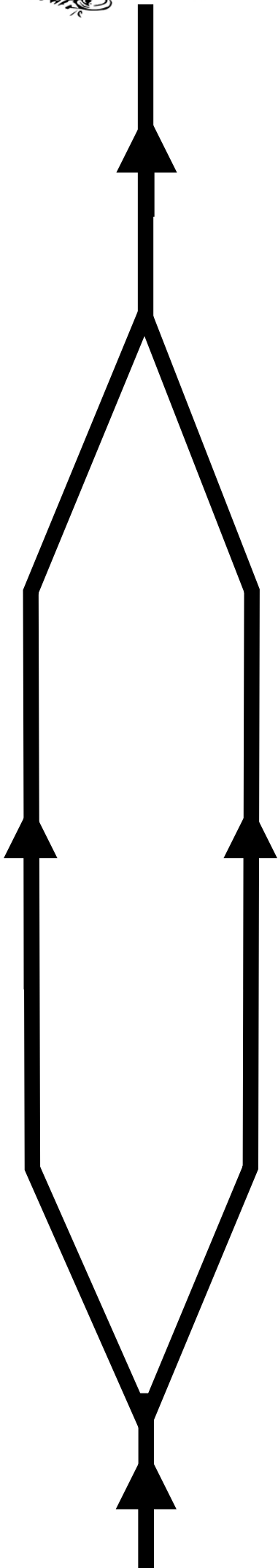
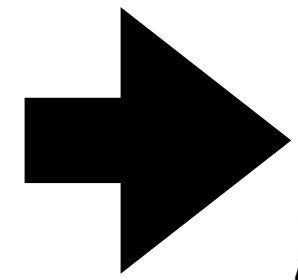
⇒電場は一定 $F_{\mu\nu}^{\uparrow} = F_{\mu\nu}^{\downarrow}$

位相差は生じない

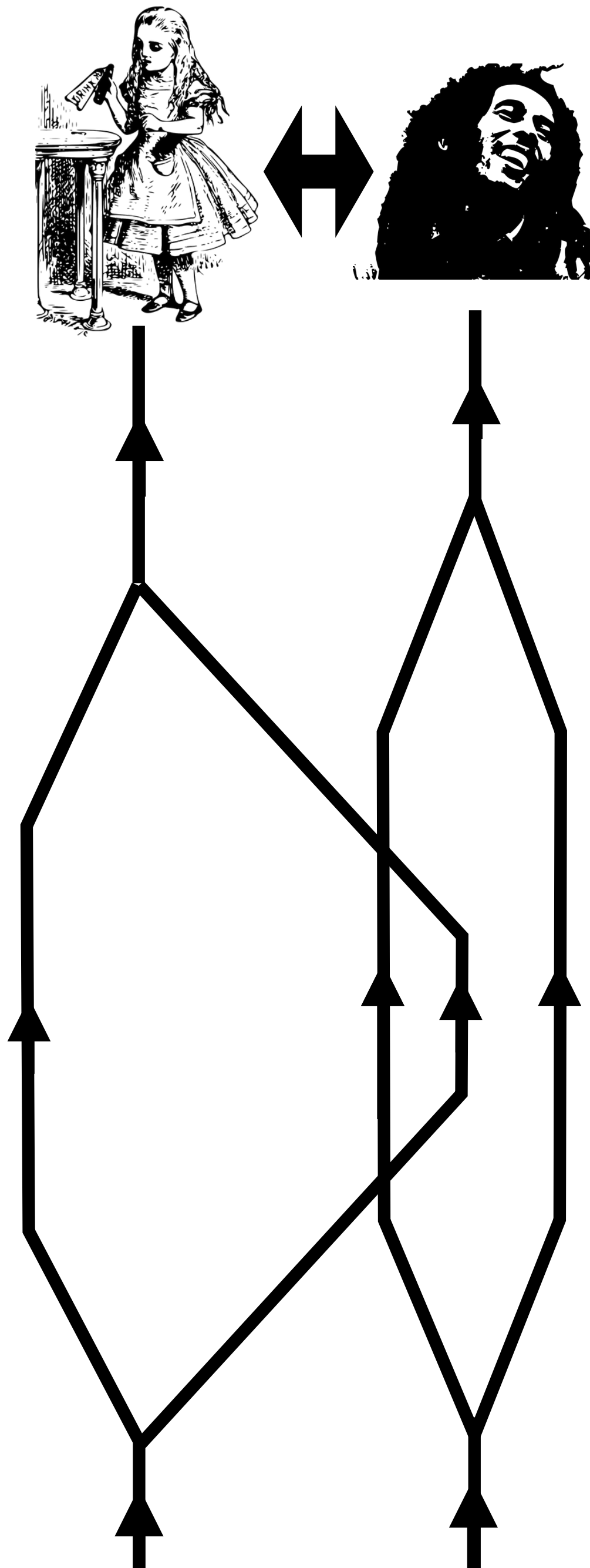
$$\exp \left\{ i \int_S dx^{\mu} dx^{\nu} (F_{\mu\nu}^{\uparrow} - F_{\mu\nu}^{\downarrow}) \right\} = 1$$

Bobは情報を得られない

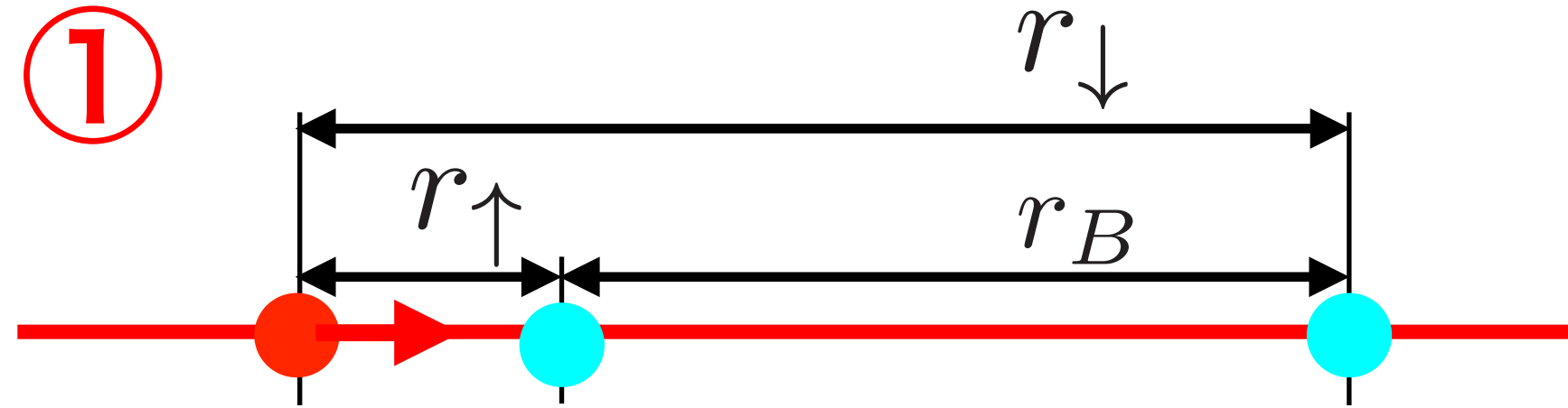
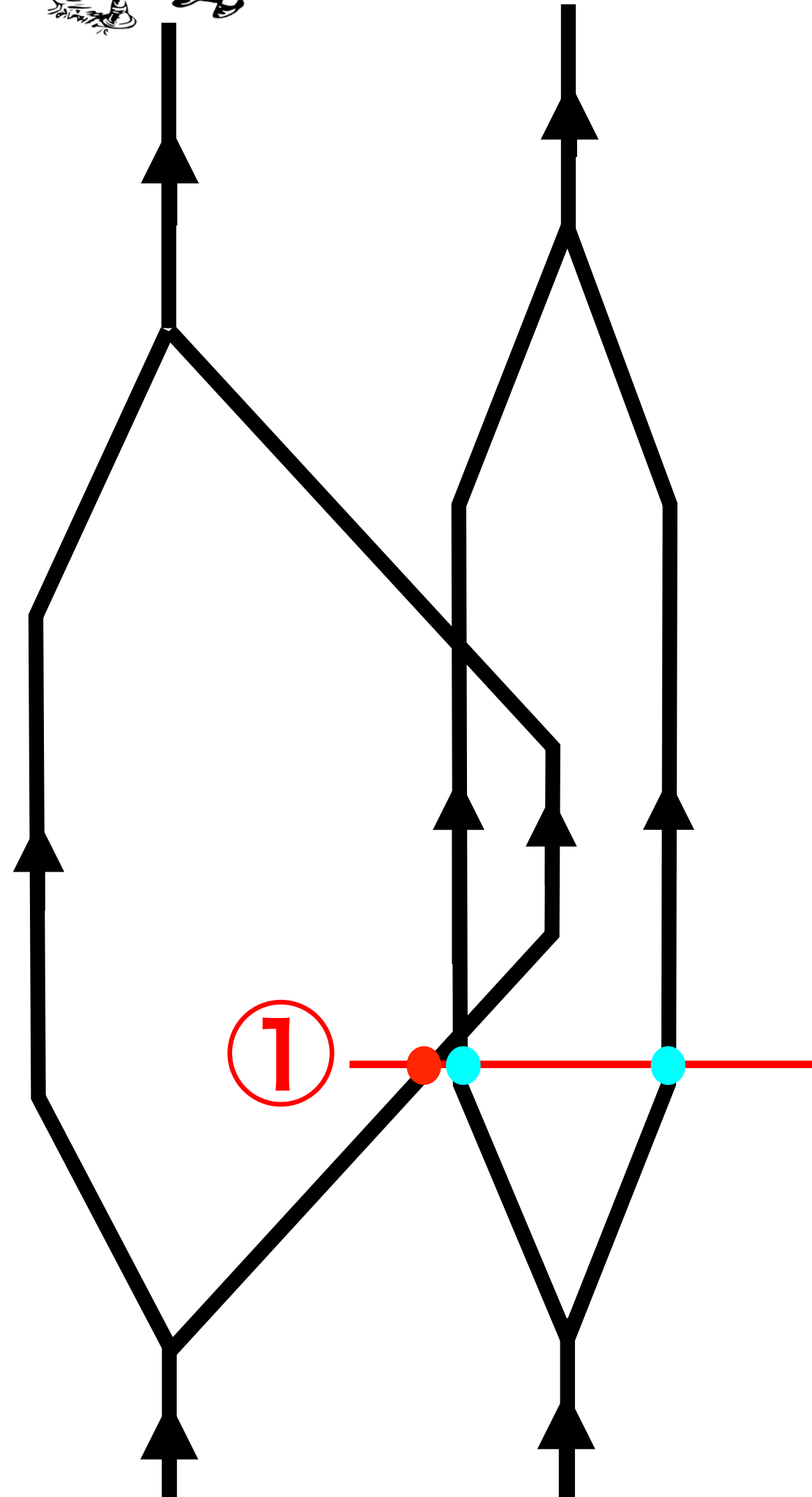
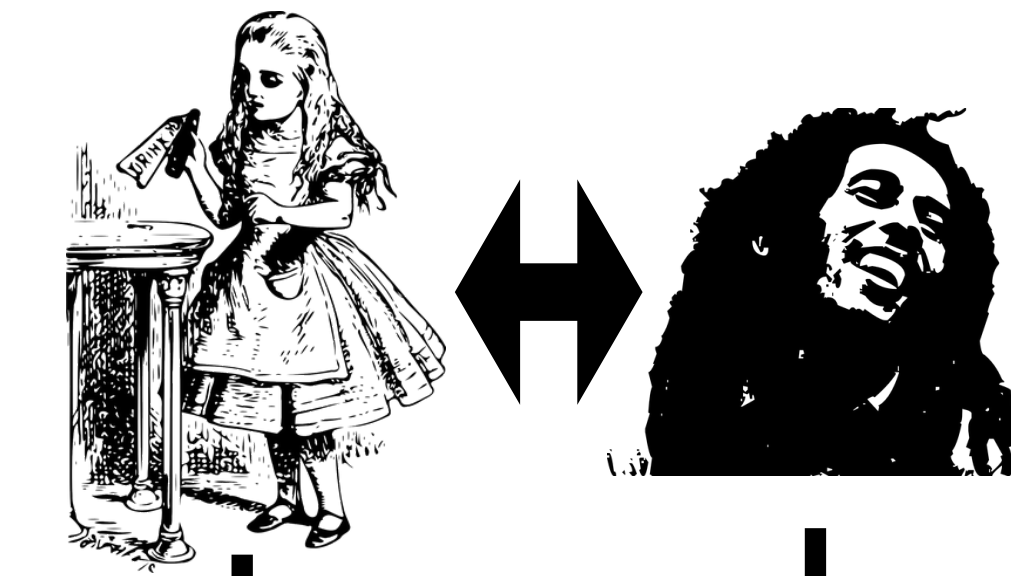
Aliceはデコヒーレンスしない



(1+1)次元U(1)ゲージ理論

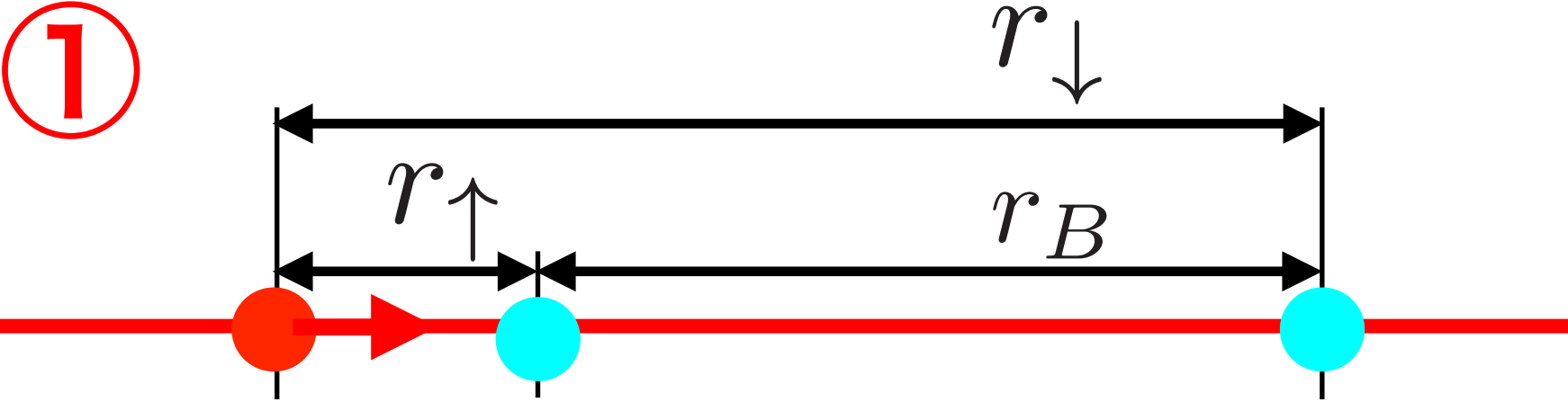
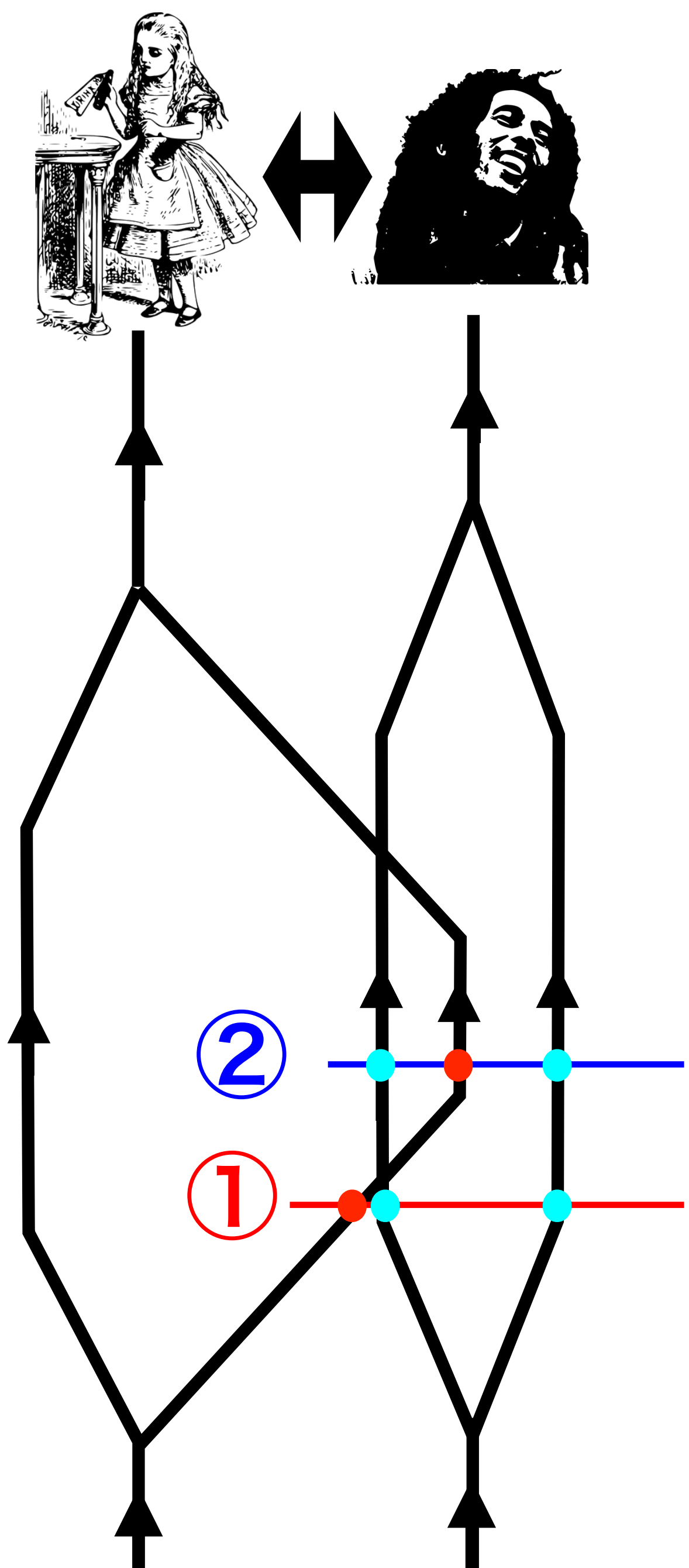


(1+1)次元U(1)ゲージ理論

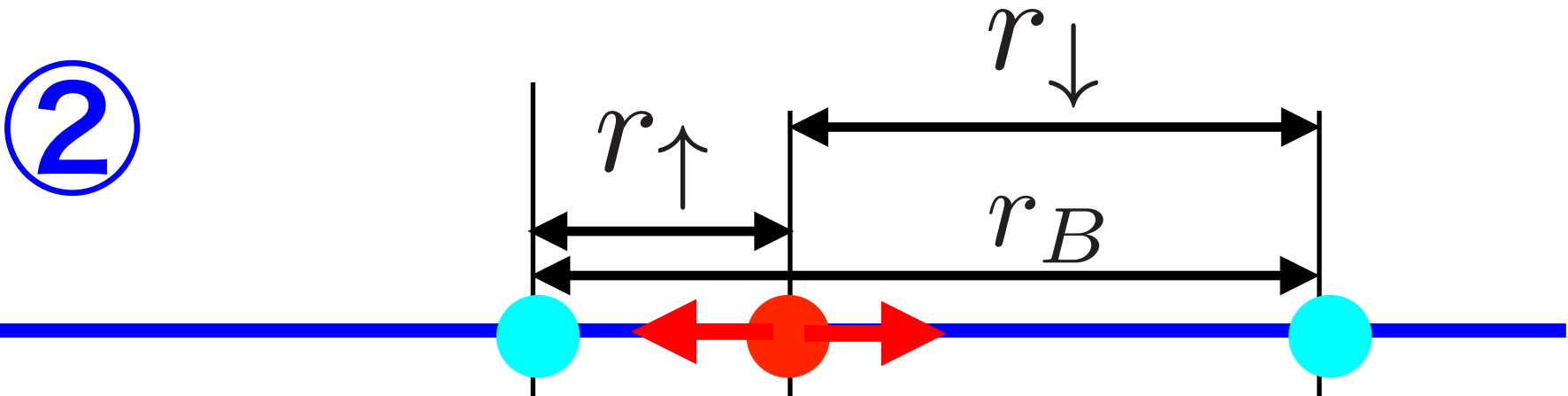


貫くフラックスは $r_{\downarrow}E - r_{\uparrow}E = (r_{\downarrow} - r_{\uparrow})E = r_BE$

(1+1)次元U(1)ゲージ理論



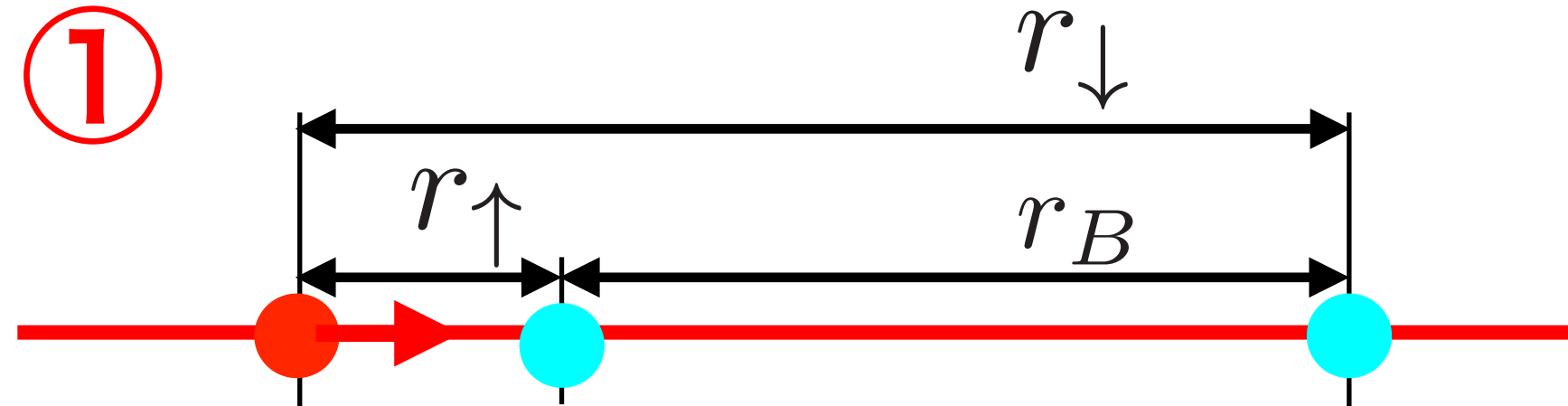
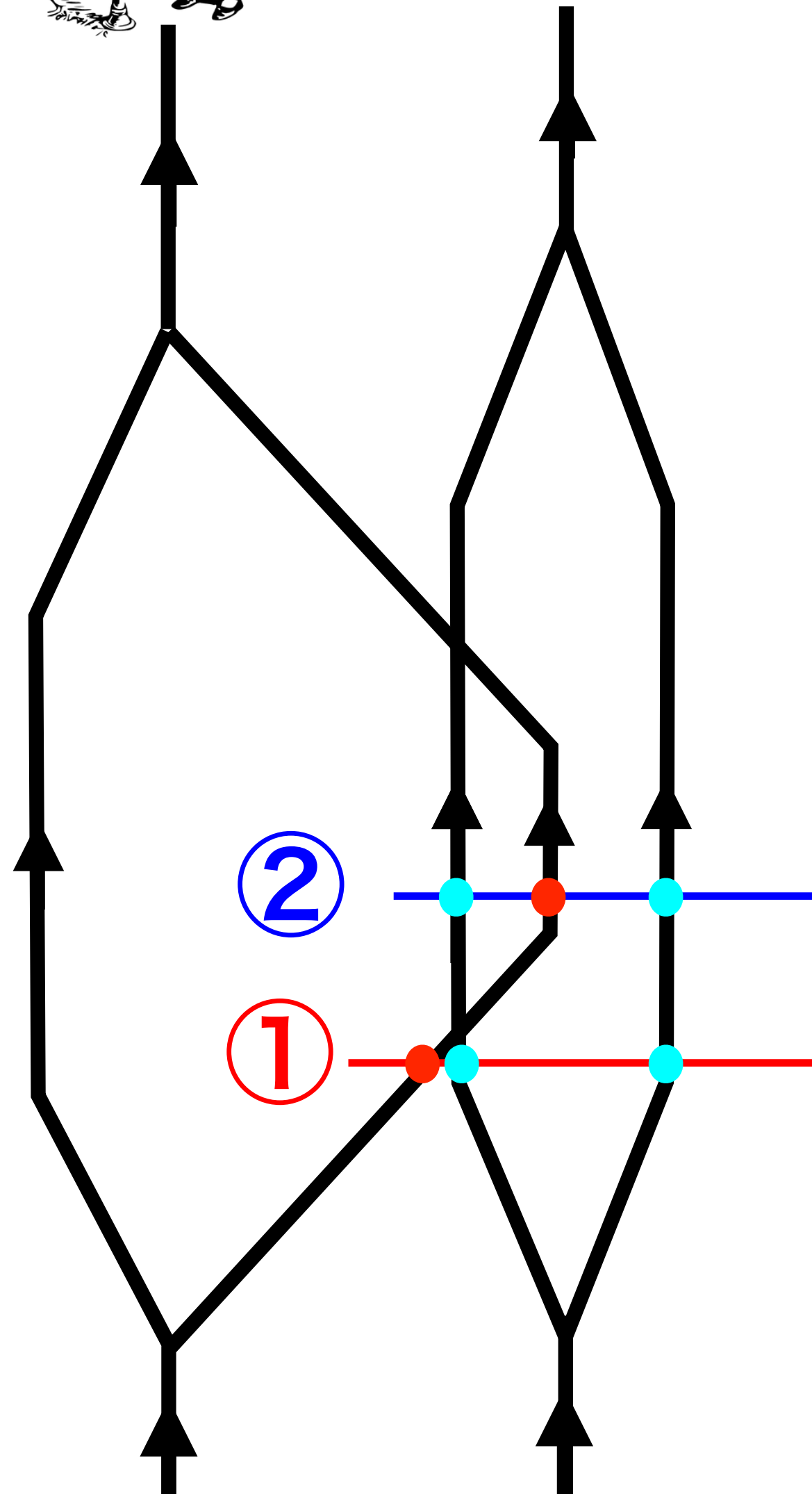
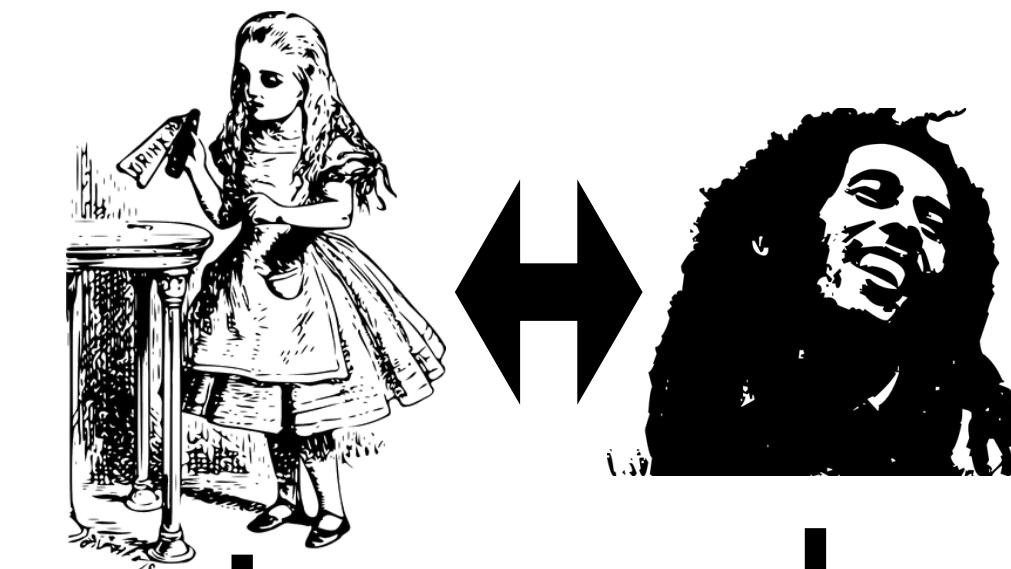
貫くフラックスは $r_{\downarrow}E - r_{\uparrow}E = (r_{\downarrow} - r_{\uparrow})E = r_BE$



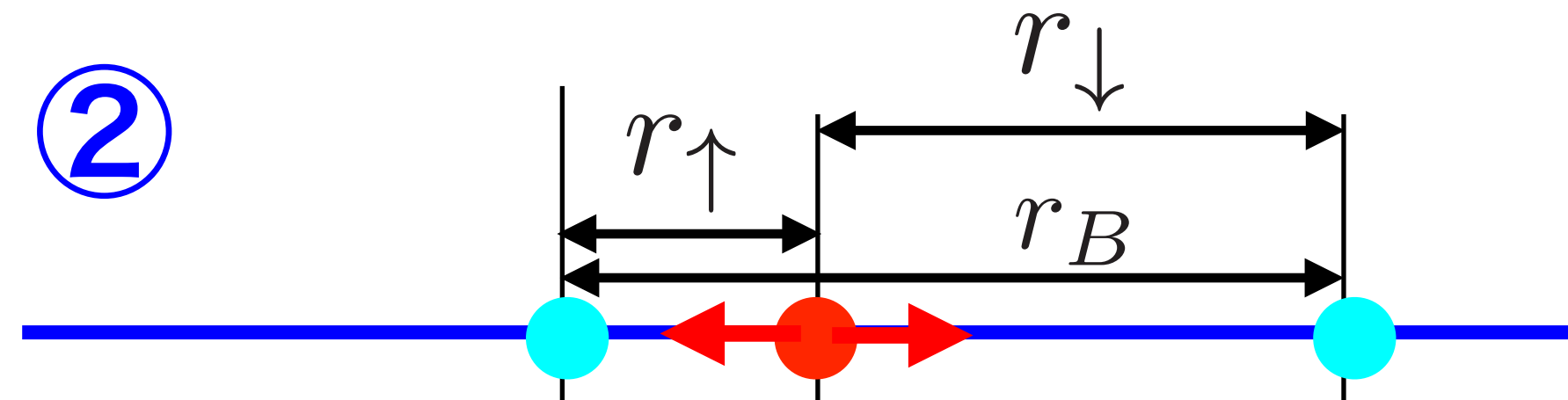
電場の符号が反転

貫くフラックスは $r_{\downarrow}E - (-r_{\uparrow}E) = (r_{\uparrow} + r_{\downarrow})E = r_BE$

(1+1)次元U(1)ゲージ理論



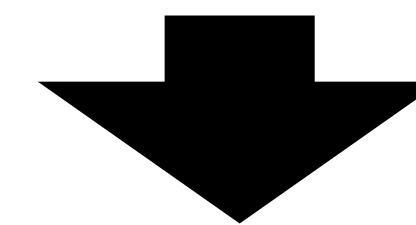
貫くフラックスは $r_{\downarrow}E - r_{\uparrow}E = (r_{\downarrow} - r_{\uparrow})E = r_BE$



電場の符号が反転

貫くフラックスは $r_{\downarrow}E - (-r_{\uparrow}E) = (r_{\uparrow} + r_{\downarrow})E = r_BE$

交差する場合も貫くフラックスは一定



位相差は生じない
Bobは情報を得られない
Aliceはデコヒーレンスしない

(2+1)次元量子重力理論

(2+1)次元量子重力理論

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^3 \sqrt{-g} R$$

G :Newton定数, R :Ricciスカラー, $g_{\mu\nu}$:計量, $g = \det g_{\mu\nu}$

Einstein 方程式: $R^{\mu\nu} - \frac{g^{\mu\nu}}{2} R = 8\pi G T^{\mu\nu}$

$R^{\mu\nu}$:Ricciテンソル, $T^{\mu\nu}$:エネルギー運動量テンソル

(2+1)次元量子重力理論

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^3 \sqrt{-g} R$$

G :Newton定数, R :Ricciスカラー, $g_{\mu\nu}$:計量, $g = \det g_{\mu\nu}$

Einstein 方程式: $R^{\mu\nu} - \frac{g^{\mu\nu}}{2} R = 8\pi G T^{\mu\nu}$

$R^{\mu\nu}$:Ricciテンソル, $T^{\mu\nu}$:エネルギー運動量テンソル

2+1次元重力理論の特殊性:

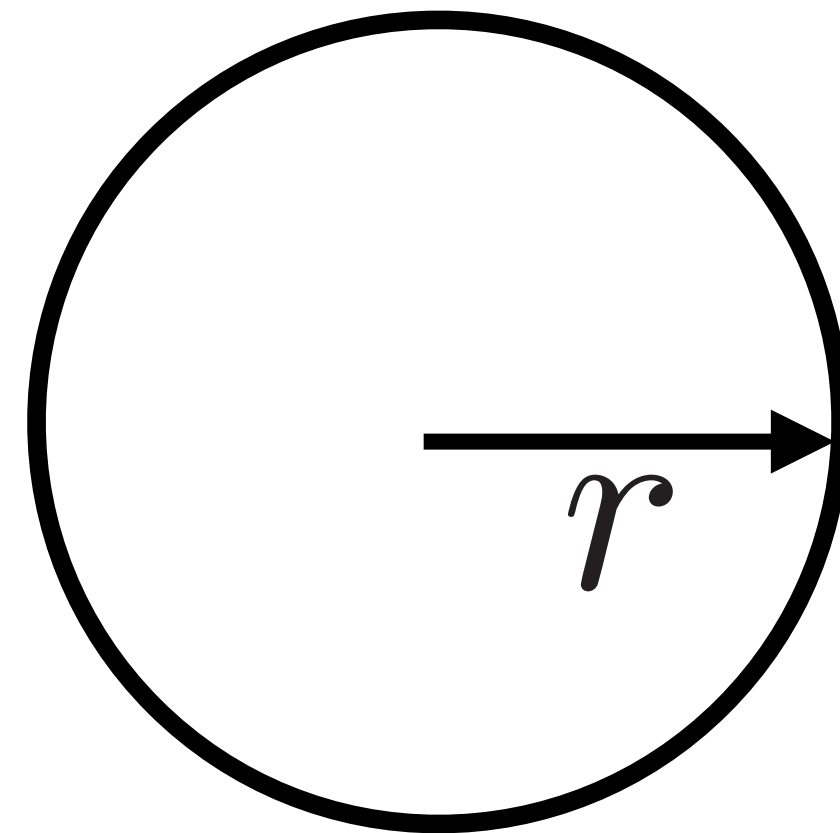
曲率 $R_{\mu\nu\rho\sigma} = \epsilon_{\mu\nu\alpha}\epsilon_{\rho\sigma\beta} \left(R^{\alpha\beta} - \frac{g^{\alpha\beta}}{2} R \right) = 8\pi G \epsilon_{\mu\nu\alpha}\epsilon_{\rho\sigma\beta} T^{\alpha\beta}$

**曲率は物質場が存在する点にのみに存在
それ以外は平坦時空**

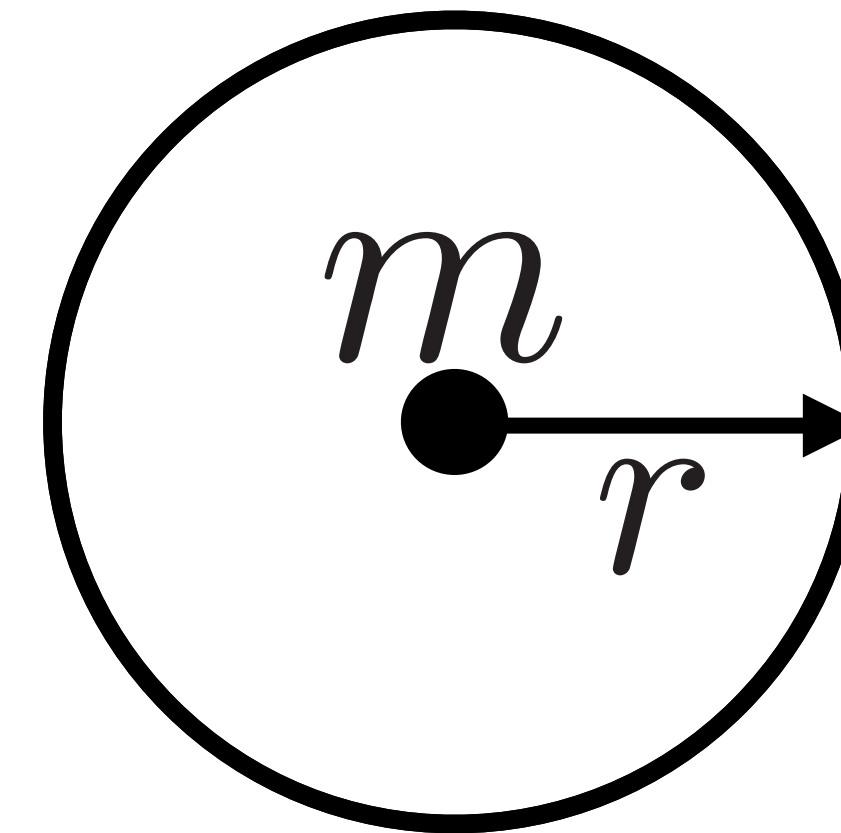
粒子が静的の時

半径 r の円の内側に質量 m の粒子が

粒子がない場合



粒子がいる場合



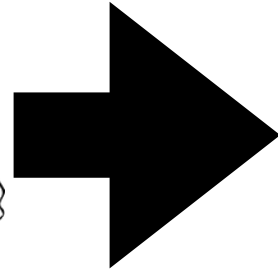
円周の長さが

$$\ell = 2\pi r$$

$$\ell = 2\pi r(1 - 4Gm)$$

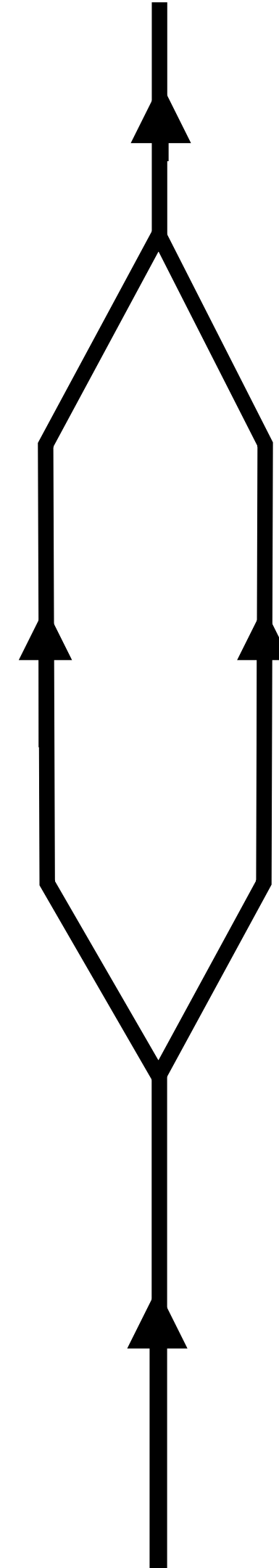
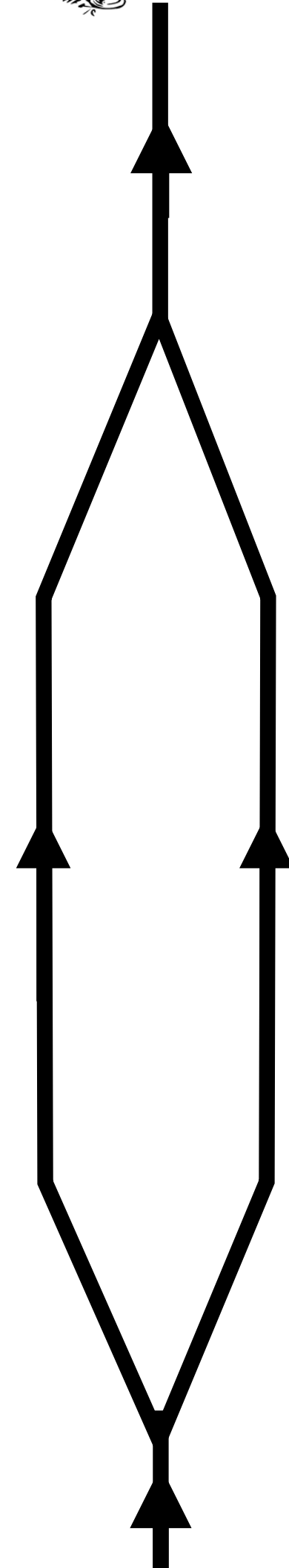
欠損角が生じる

(2+1)次元 量子重力理論

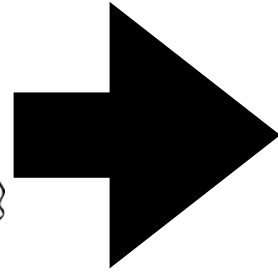


電磁気と同様に， Bobの位相差は

$$\exp \left\{ -im_B \int_{C_{\uparrow} - C_{\downarrow}} d\tau \left(\sqrt{-g_{\mu\nu}^{\uparrow} \dot{X}^{\mu} \dot{X}^{\nu}} - \sqrt{-g_{\mu\nu}^{\downarrow} \dot{X}^{\mu} \dot{X}^{\nu}} \right) \right\}$$



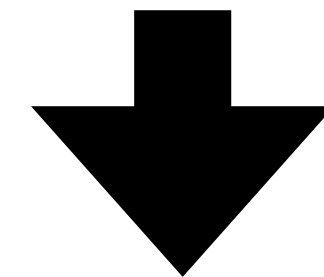
(2+1)次元 量子重力理論



電磁気と同様に， Bobの位相差は

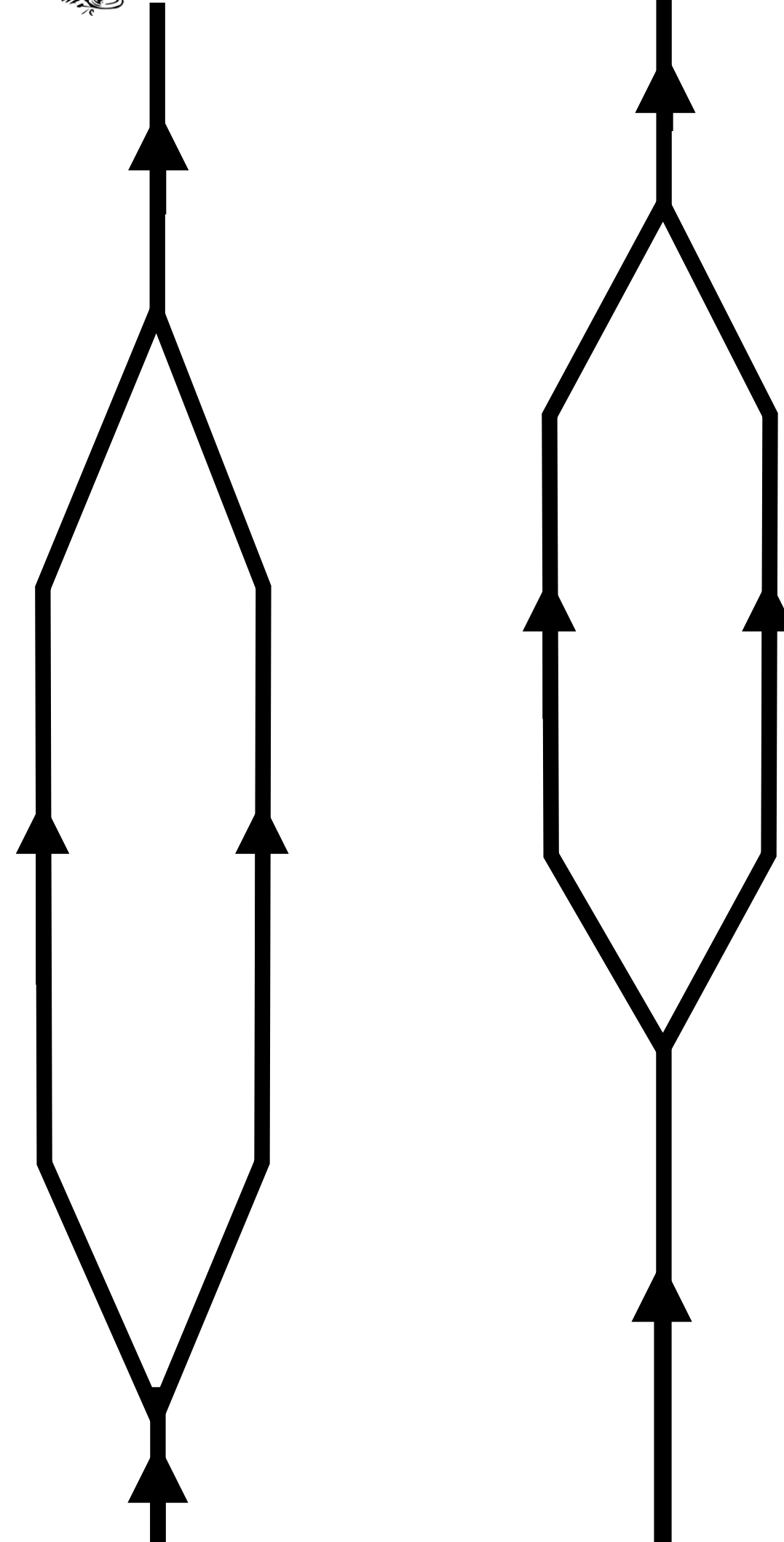
$$\exp \left\{ -im_B \int_{C_{\uparrow} - C_{\downarrow}} d\tau \left(\sqrt{-g_{\mu\nu}^{\uparrow} \dot{X}^{\mu} \dot{X}^{\nu}} - \sqrt{-g_{\mu\nu}^{\downarrow} \dot{X}^{\mu} \dot{X}^{\nu}} \right) \right\}$$

欠損角の影響は軌道の周りを回った時のみ



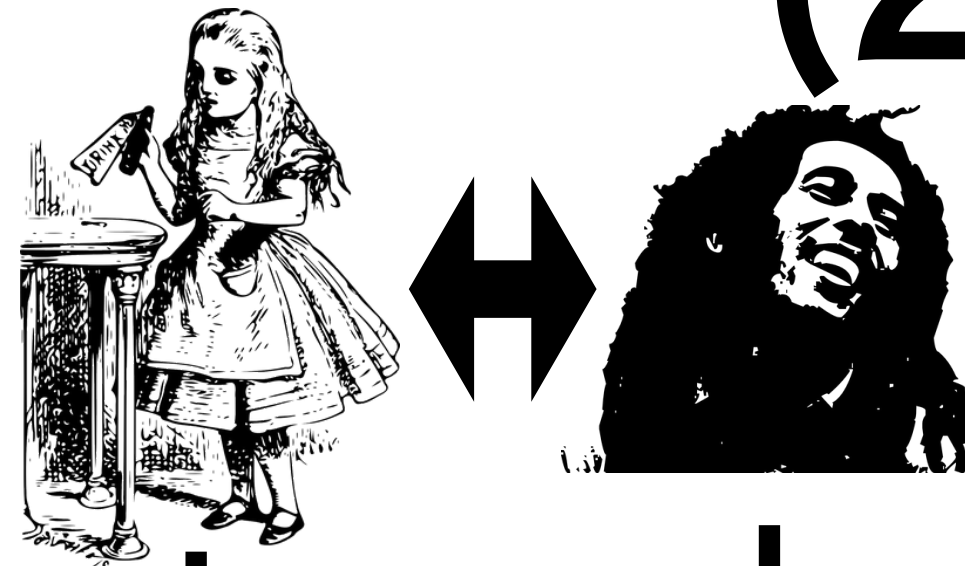
位相差はでない

粒子生成がないので，空間的な場合に
情報が得られないことと無矛盾

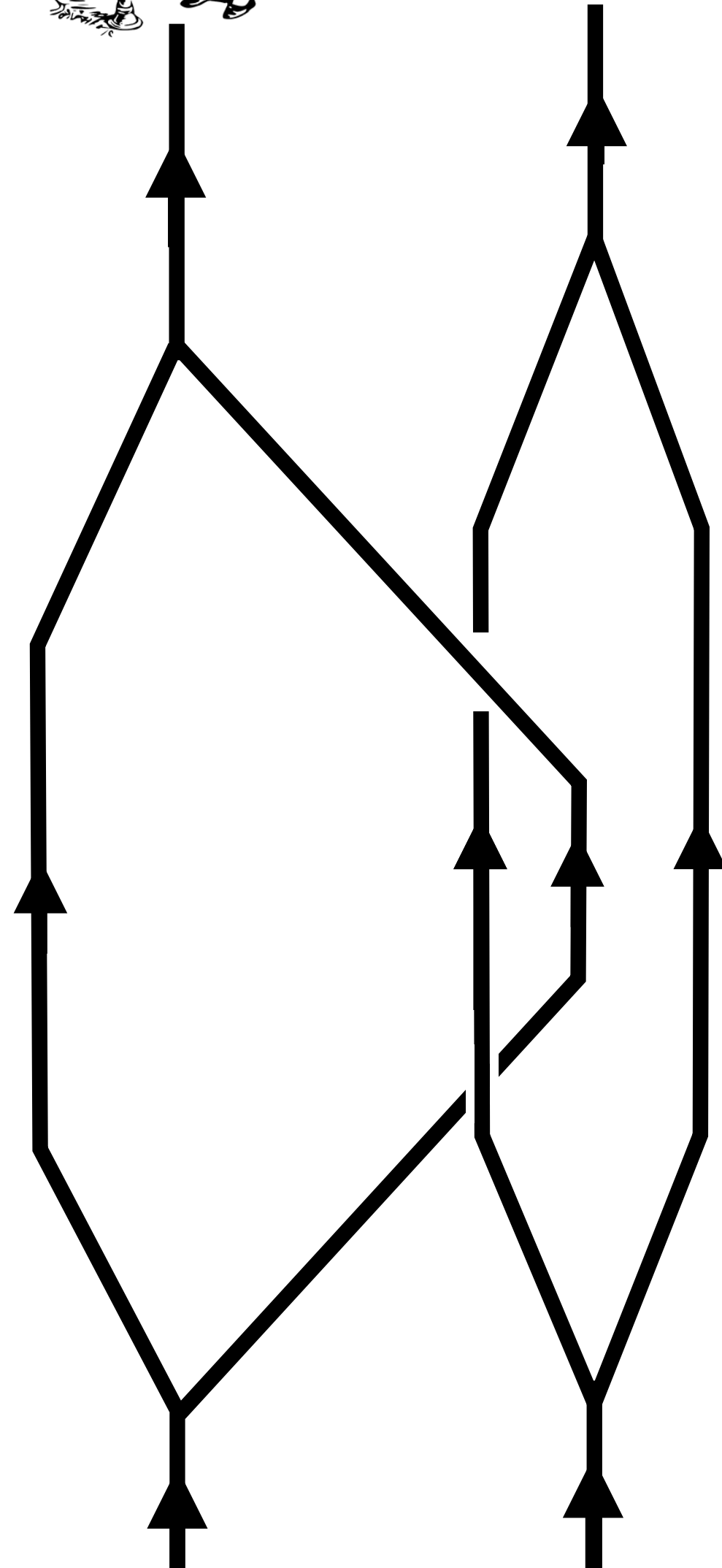


(2+1)次元 量子重力理論

面をAliceが通り過ぎる場合

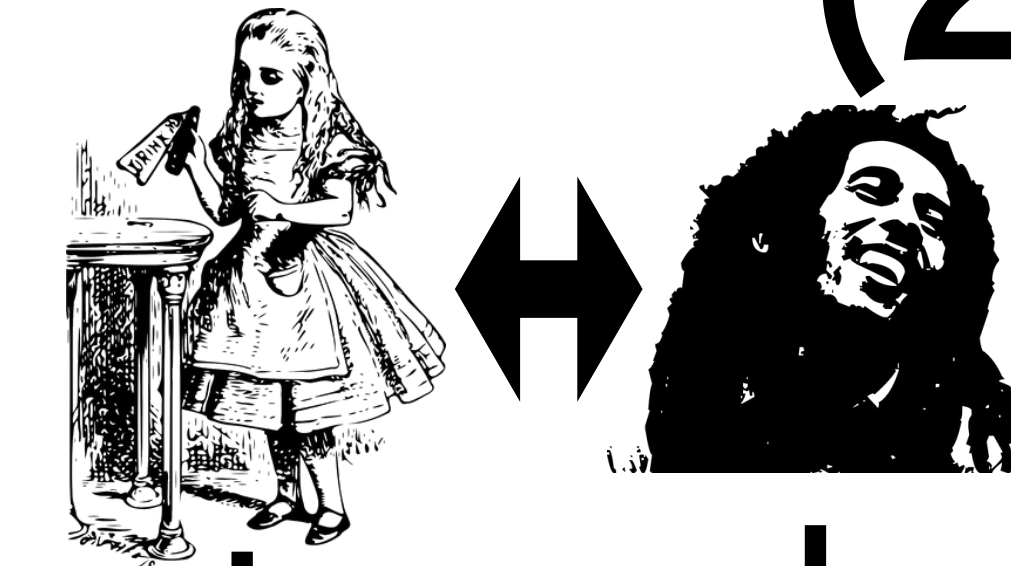


$$\exp \left\{ -im_B \int_{C_\uparrow - C_\downarrow} d\tau \left(\sqrt{-g_{\mu\nu}^\uparrow \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu} - \sqrt{-g_{\mu\nu}^\downarrow \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu} \right) \right\}$$



(2+1)次元 量子重力理論

面をAliceが通り過ぎる場合

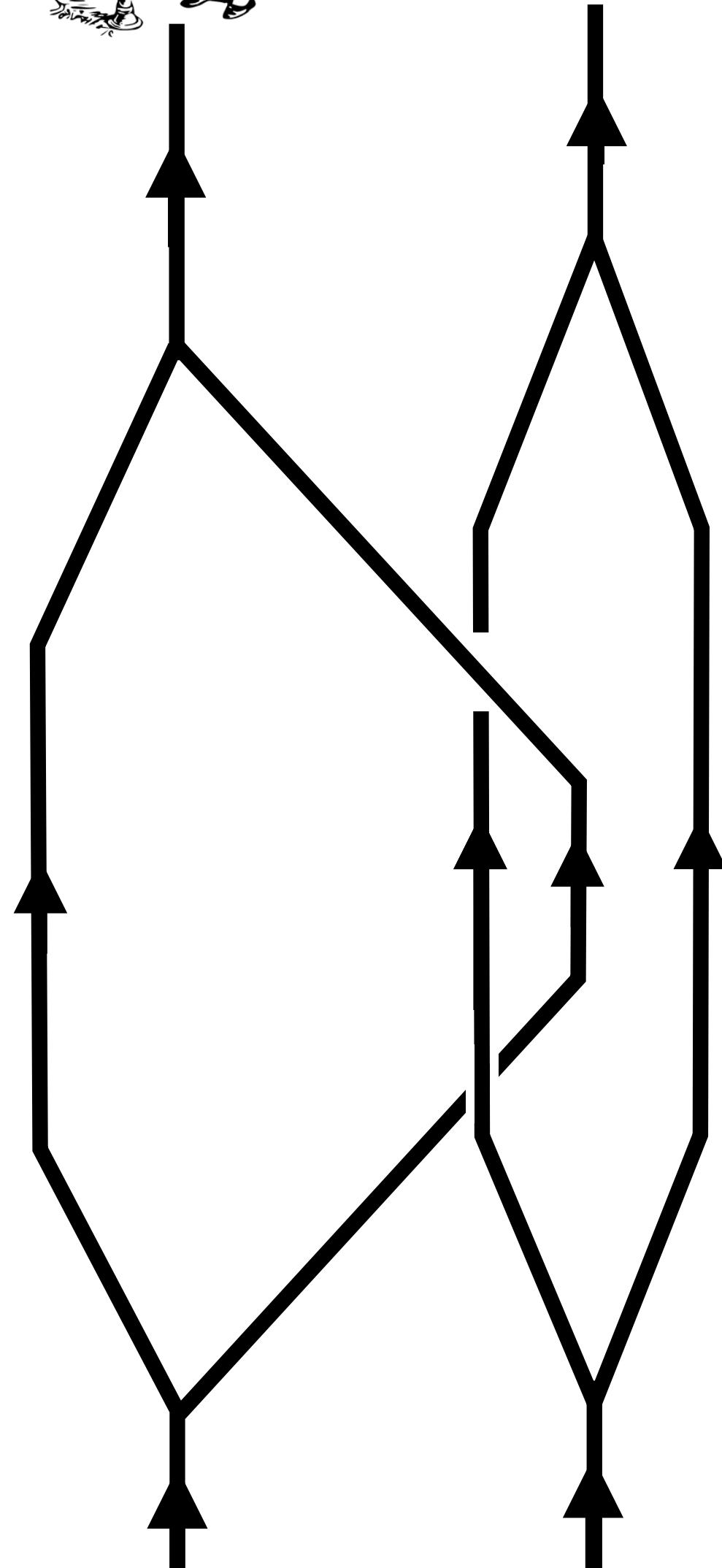


$$\exp \left\{ -im_B \int_{C_\uparrow - C_\downarrow} d\tau \left(\sqrt{-g_{\mu\nu}^\uparrow \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu} - \sqrt{-g_{\mu\nu}^\downarrow \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu} \right) \right\}$$

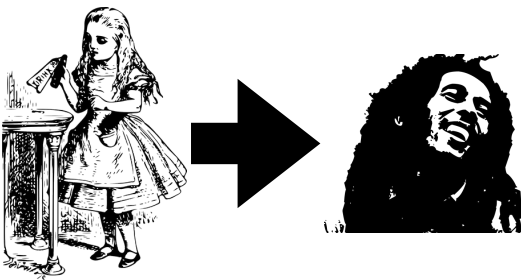
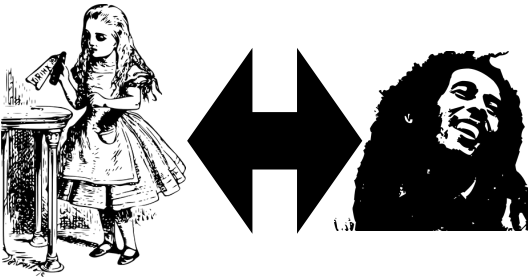
$$= \exp(-4im_A m_B G \Delta\tau)$$

$\Delta\tau$: Aliceがいない時の C_1 と C_2 固有時差

位相差が発生するので情報が送受信可能
この場合は、必ず両者時間的
AliceはBobによる影響を受ける



BMV実験のセットアップでは,

	ポテンシャル	粒子	トポロジカルな 自由度 (Minkowski空間)	情報 通信 	情報 通信 
(2+1)次元 U(1) Chern-Simons理論	—	—	あり	不可	可
(1+1)次元 U(1)ゲージ理論	r	—	—	不可	不可
(2+1)次元 量子重力理論	—	—	あり	不可	可
(3+1)次元 U(1)ゲージ理論	1 — r	光子	—	不可	可
(3+1)次元 量子重力理論	1 — r	重力子	—	不可	可

まとめ

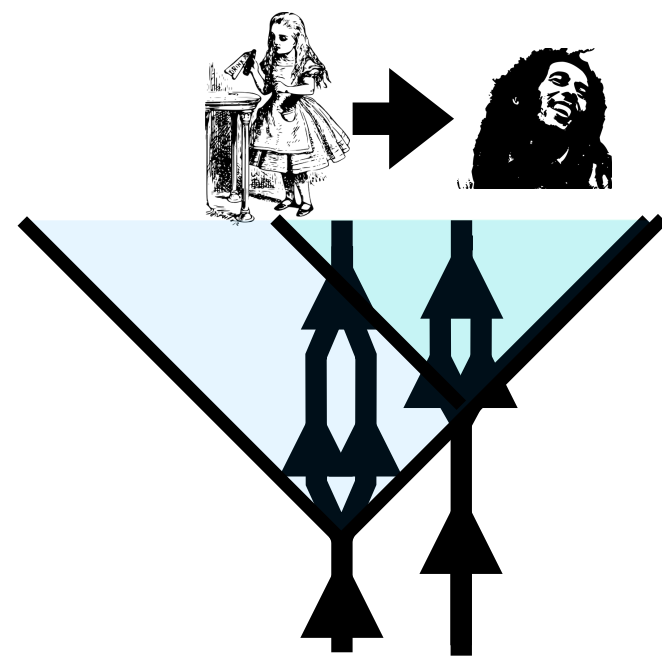
離れた2点にある粒子の量子場による
情報伝達とデコヒーレンスを議論

まとめ

離れた2点にある粒子の量子場による 情報伝達とデコヒーレンスを議論

● 情報伝達とデコヒーレンスの間の関係

$$\mathcal{G}_K^{AA} \mathcal{G}_K^{BB} \geq \frac{1}{2} (\mathcal{G}_R^{AB} - \mathcal{G}_R^{BA})^2$$



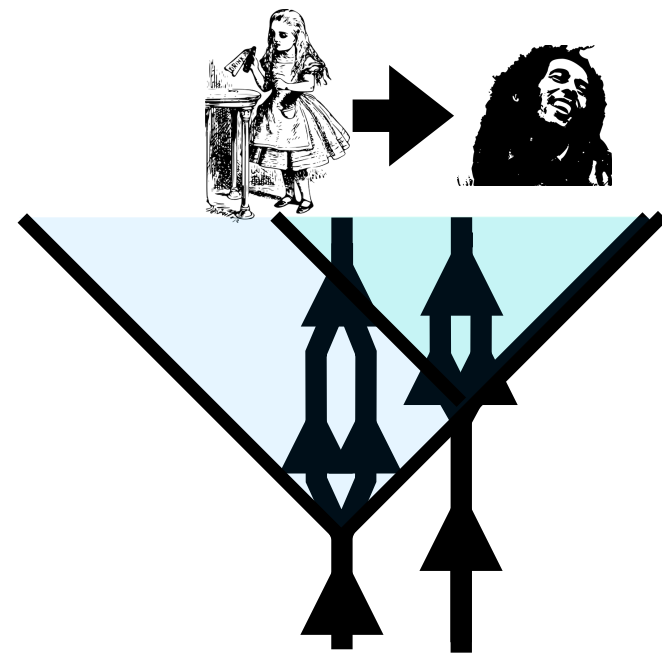
の時, Aliceは場によってデコヒーレンス

まとめ

離れた2点にある粒子の量子場による 情報伝達とデコヒーレンスを議論

● 情報伝達とデコヒーレンスの間の関係

$$\mathfrak{G}_K^{AA} \mathfrak{G}_K^{BB} \geq \frac{1}{2} (\mathfrak{G}_R^{AB} - \mathfrak{G}_R^{BA})^2$$



の時, Aliceは場によってデコヒーレンス

● 場が粒子自由度を持たない場合を考察

場がトポロジカルな自由度を持っていると情報伝達可能に

その他の話題

- 量子重力理論やゲージ理論における測定とは？

量子重力理論の演算子は一般に非局所的.

因果律と整合的で測定可能な演算子は何か？