

ホログラフィックな Scattering と

量子あやまり訂正の号

Beni Yoshida (Perimeter)

2308.00739

2210.00018

w/ Alex May (Stanford/Perimeter)

Jonathan Sonner (MIT)

Takato Mouri (Perimeter/  
kyoto)

# 量子重力の諸問題 (情報パラドックス)

量子力学：ユニタリ性

(情報は損失しない。)

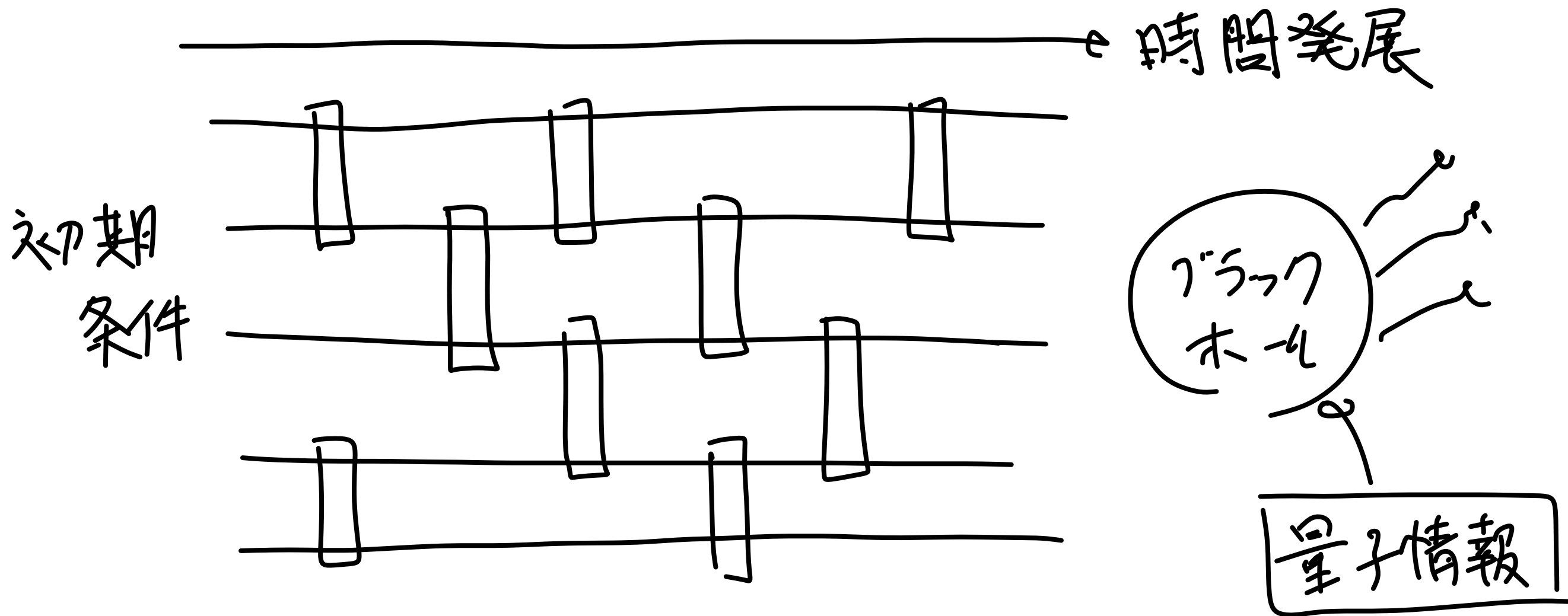
一般相対論：ブラックホールからのホーキング

放射は、非ユニタリ

(情報損失?)

# なぜ量子情報理論??

情報損失問題 = 量子系における情報処理  
に関する問題



# これまでの応用例

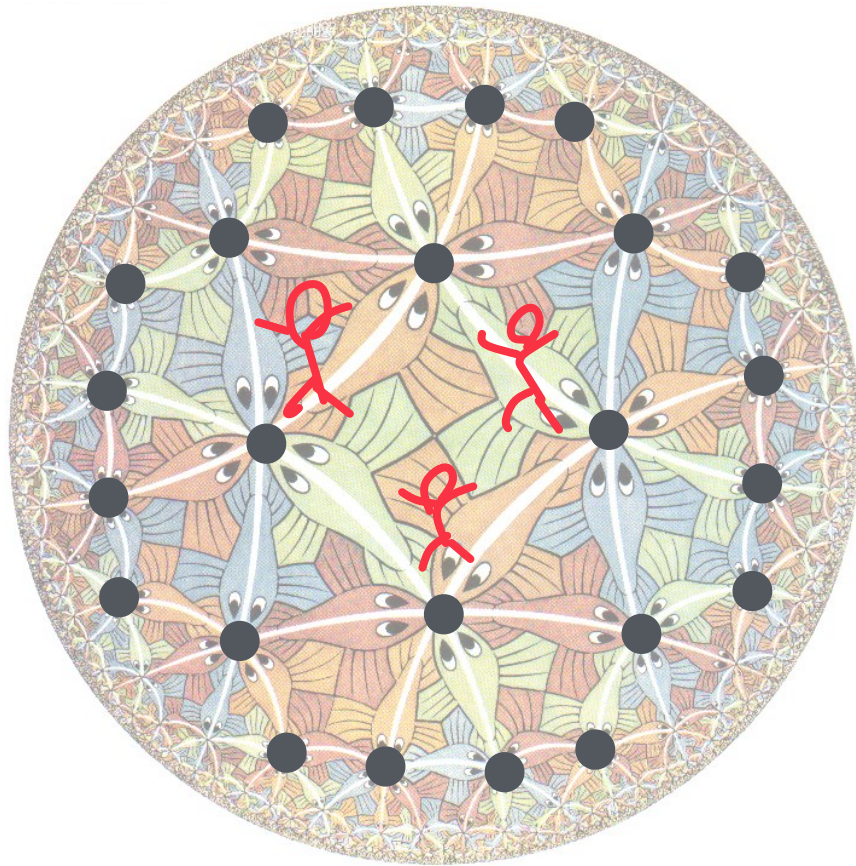
- Bekenstein bound の証明 (relative entropy)
- Ryu-Takayangi 公式
- AdS/CFT と量子コード
- Firewall パラドックス
- フォン・ノイマン代数による定式化
- 量子多体カオス
- 量子複雑性
- 相互作用 (量子重力) と量子暗号

今日のトピック

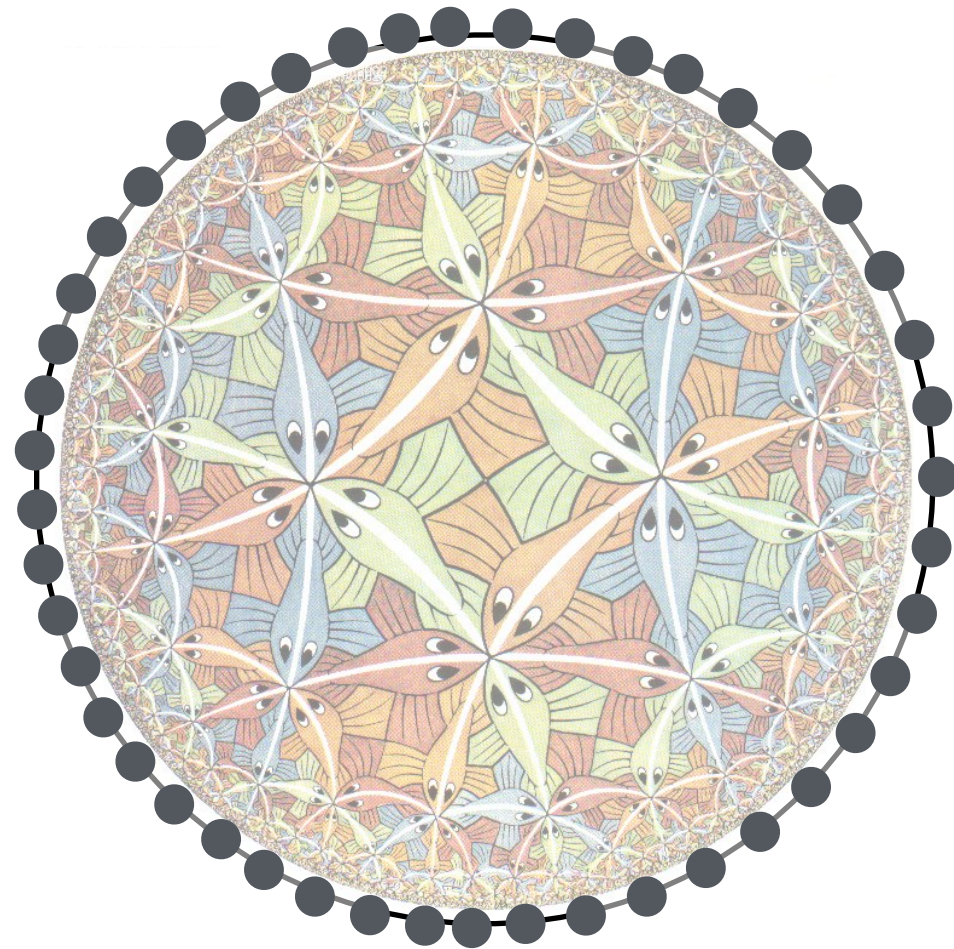
ホロクラフックな

Scattering

# AdS/CFT 対応とは？



bulk physics

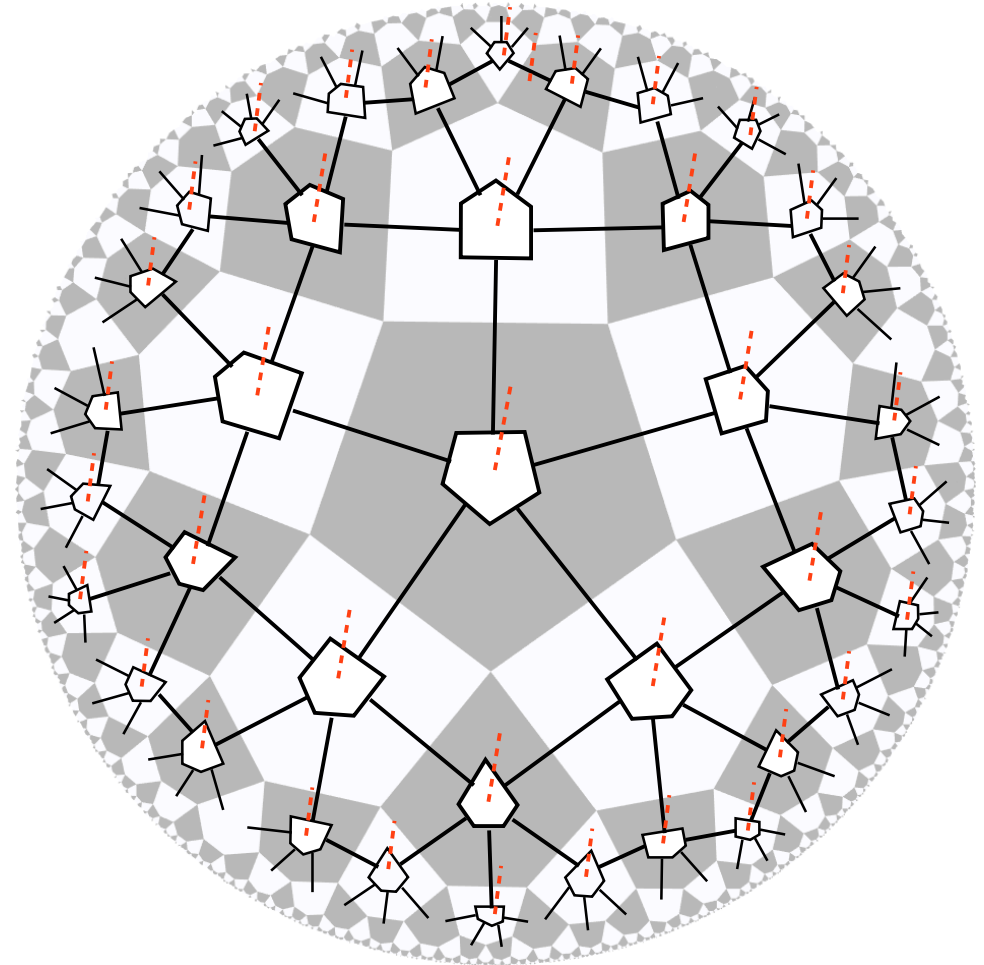
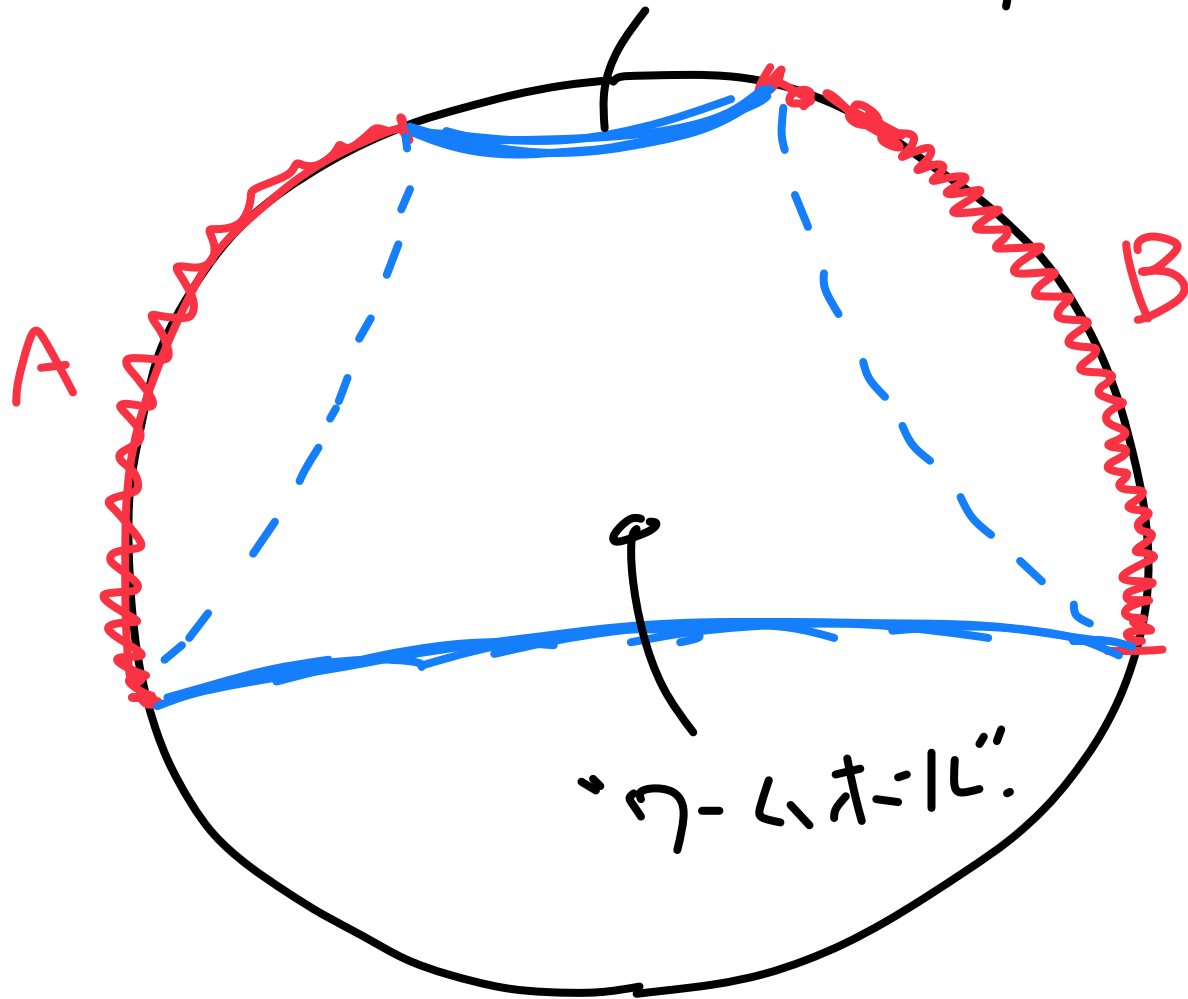


boundary physics



# 時空 ← 量子エンタングルメント

Ryu-Takayanagi surface



Ryu-Takayanagi 公式

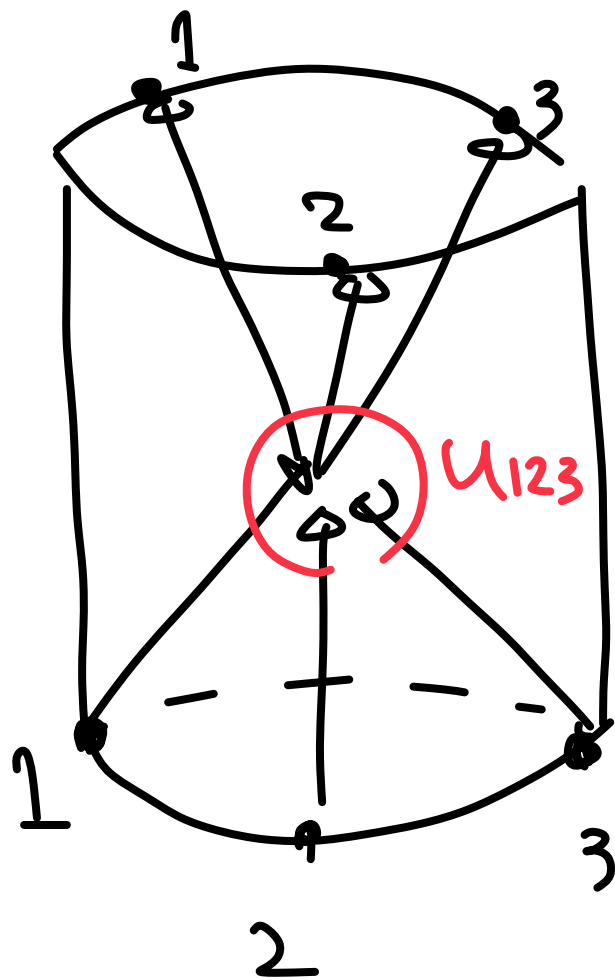
エンタロピー = 最小面積の surface

テンソルネットワーク

(量子コード) HPPY 模型

# ホログラフィックな Scattering ?

相互作用はどこから来るのか？



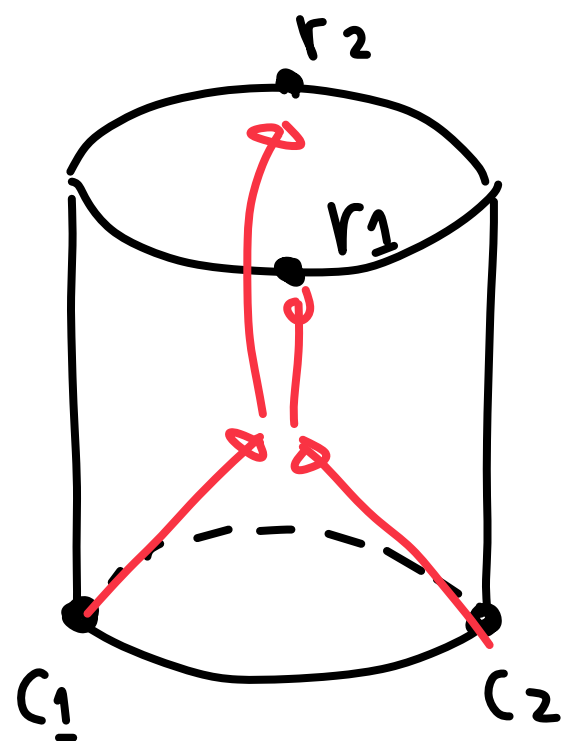
$U_{123}$  : Scattering ヌニタリ-行列



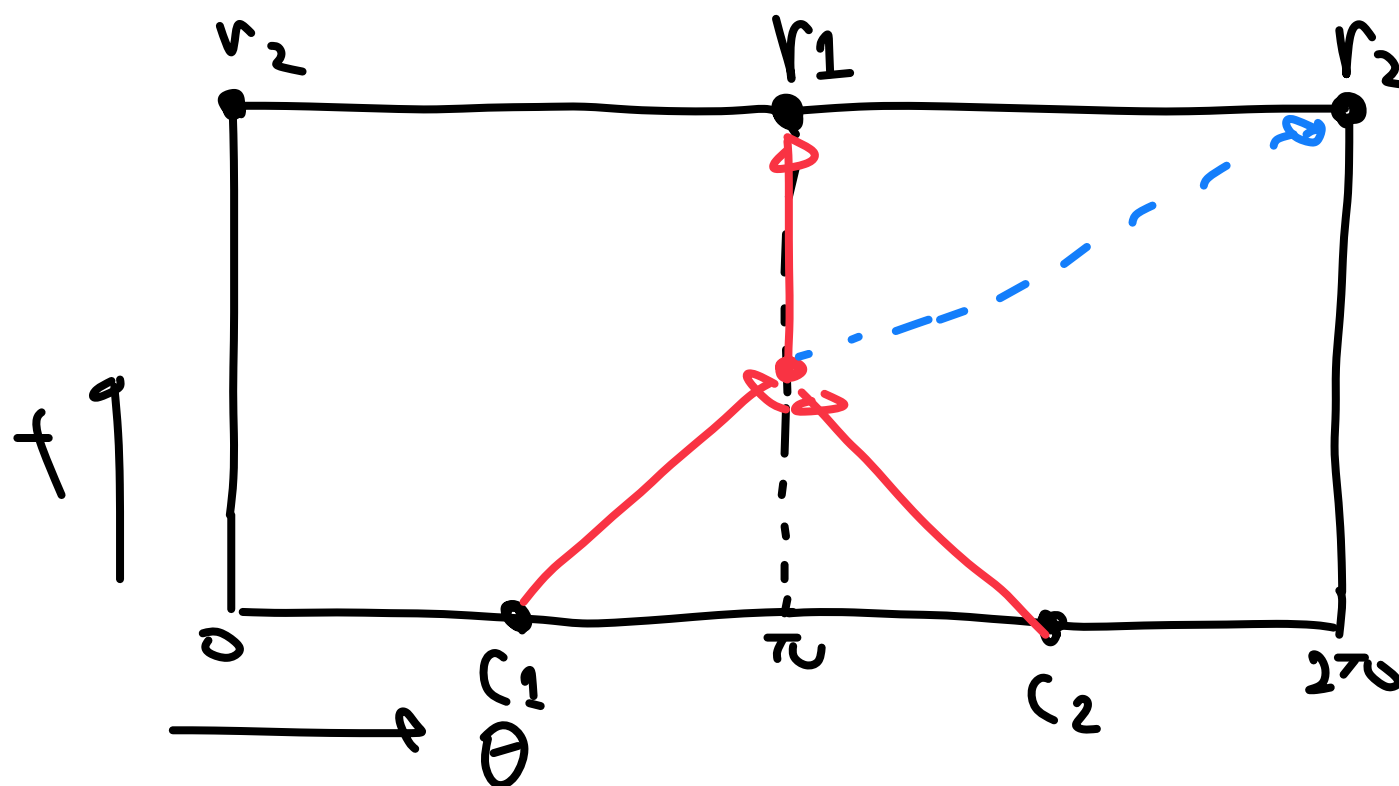
どのように、boundary ? 実現  
されているのか??



## 2 粒子の Scattering 思考実験



bulk  $\Delta t = \pi$



boundary  $\Delta t > \pi$

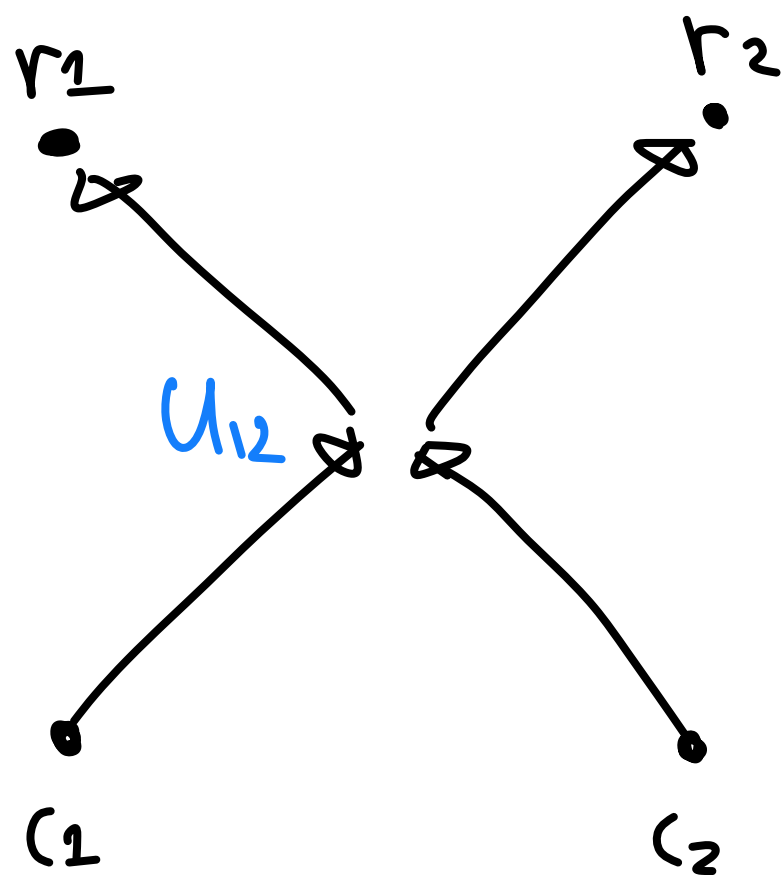
$\Delta t = \pi$

Boundary では. Scattering をするのに 充分な時間がない!!

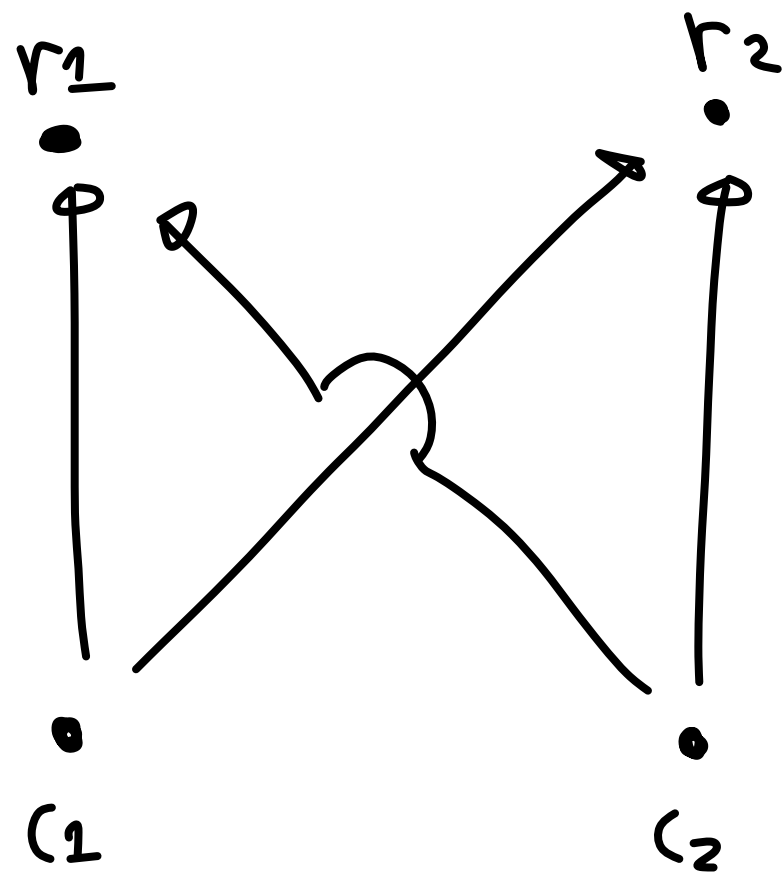
一体 c のように相互作用して いるのか?

(Alex Meyer, 2019)

# Boundary $\mathcal{I}^+ \cup \mathcal{I}^-$ Causality



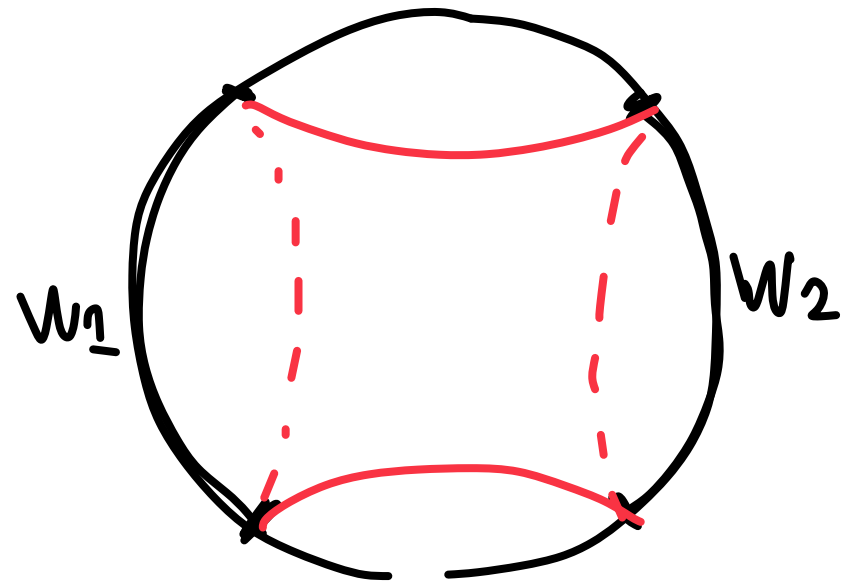
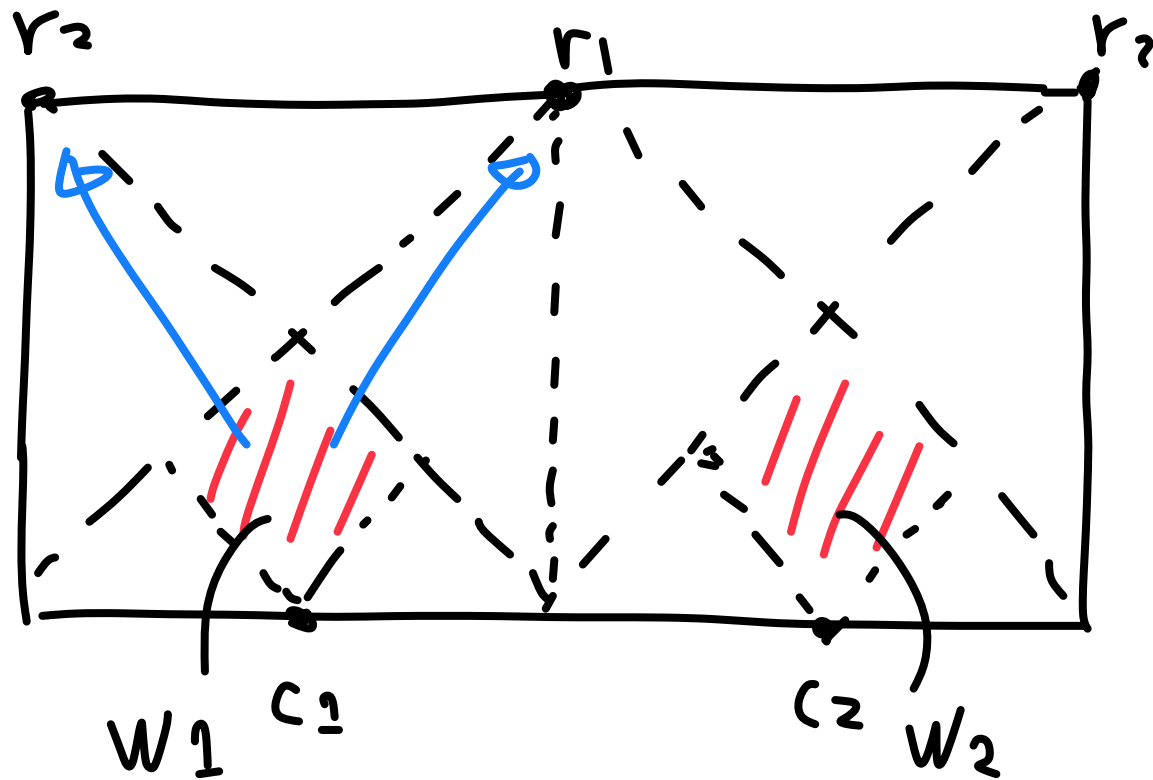
bulk



boundary

# 解決案 (エンタングルメントを使う!!)

[Alex May 2019]



$$W_1 = J_+(c_1) \cap J_-(r_3) \cap J_-(r_4)$$

$$I(W_1, W_2) = O\left(\frac{1}{\epsilon_{TN}}\right)$$

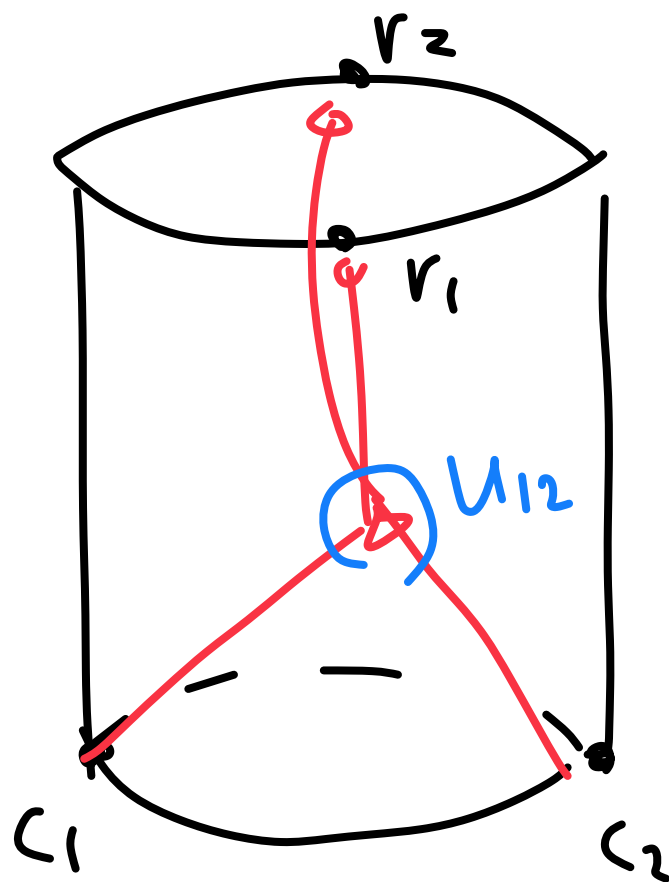
$W_1$ 

 $\nearrow r_1$   
 $\searrow r_2$ 
 (シグナルを伝達できる)

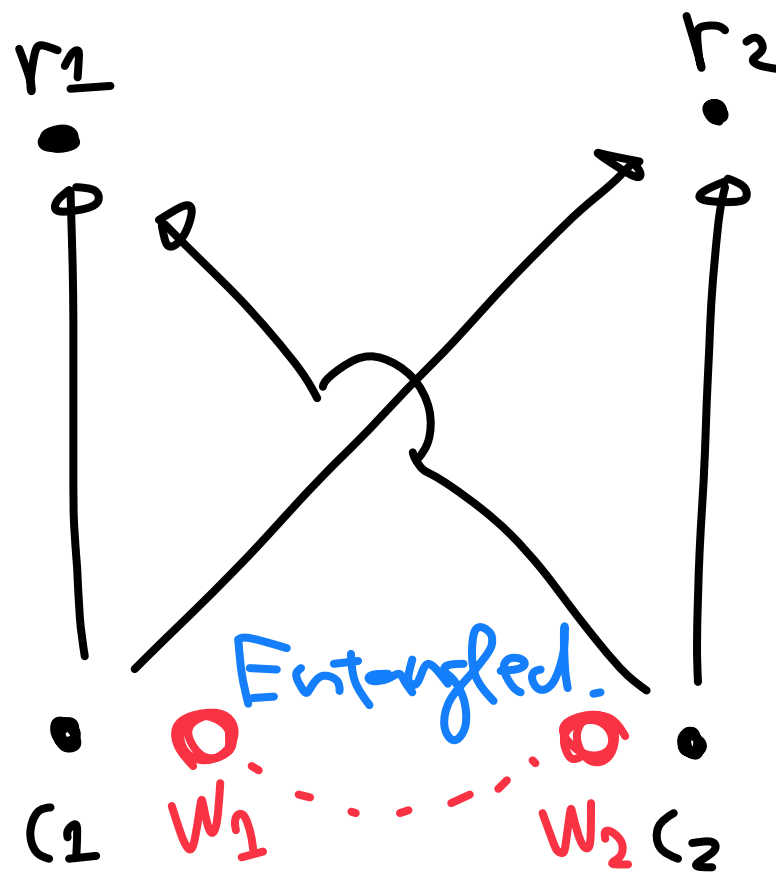
$W_1$  &  $W_2$  (エンタングル (213))

Ryu-Hawking 公式

# エンタングルメントがあるか...?



bulk



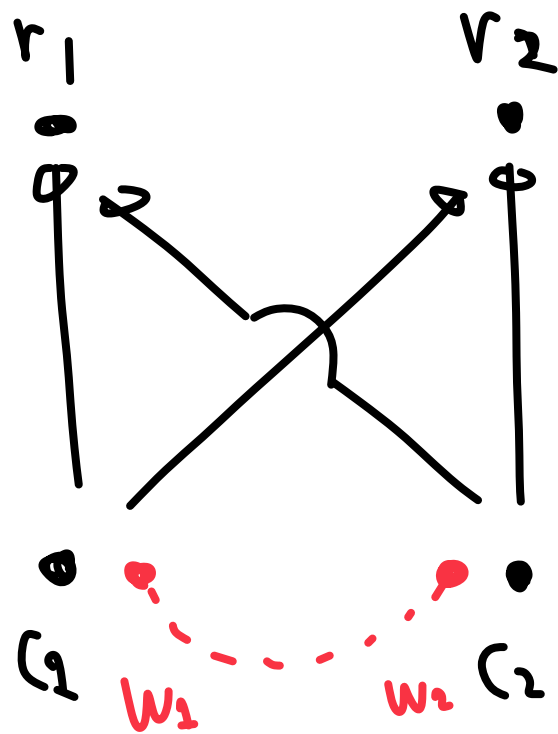
boundary

エンタングルメントを用いて、 $U_{12}$ を作るのが  
できるのでは？

# エンタングルメントを用いた 非局所量子計算

ある種の  $U_{12}$  は、エンタングルメントを用いれば、直接の scattering 無しでも可能

- 量子テレポート "B84 protocol" (1984)  
(量子暗号に対するアタック)



- 任意の  $U_{12}$ : ホート型 テレポーテーション

(Hiroshima - Ichizaka 2008)  
(Briegleb 2012)

- ただし,  
n フェーズでは、 $e^{O(n)}$  の EPR pair が必要。

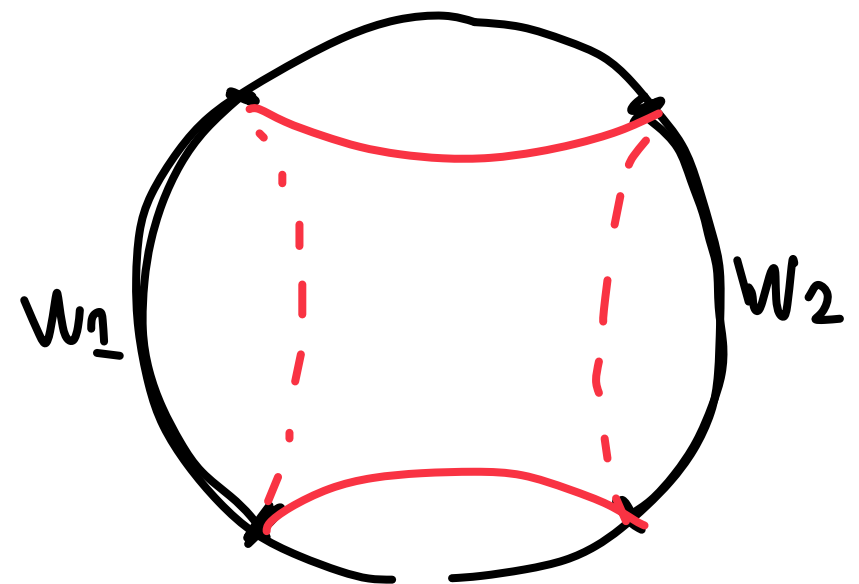
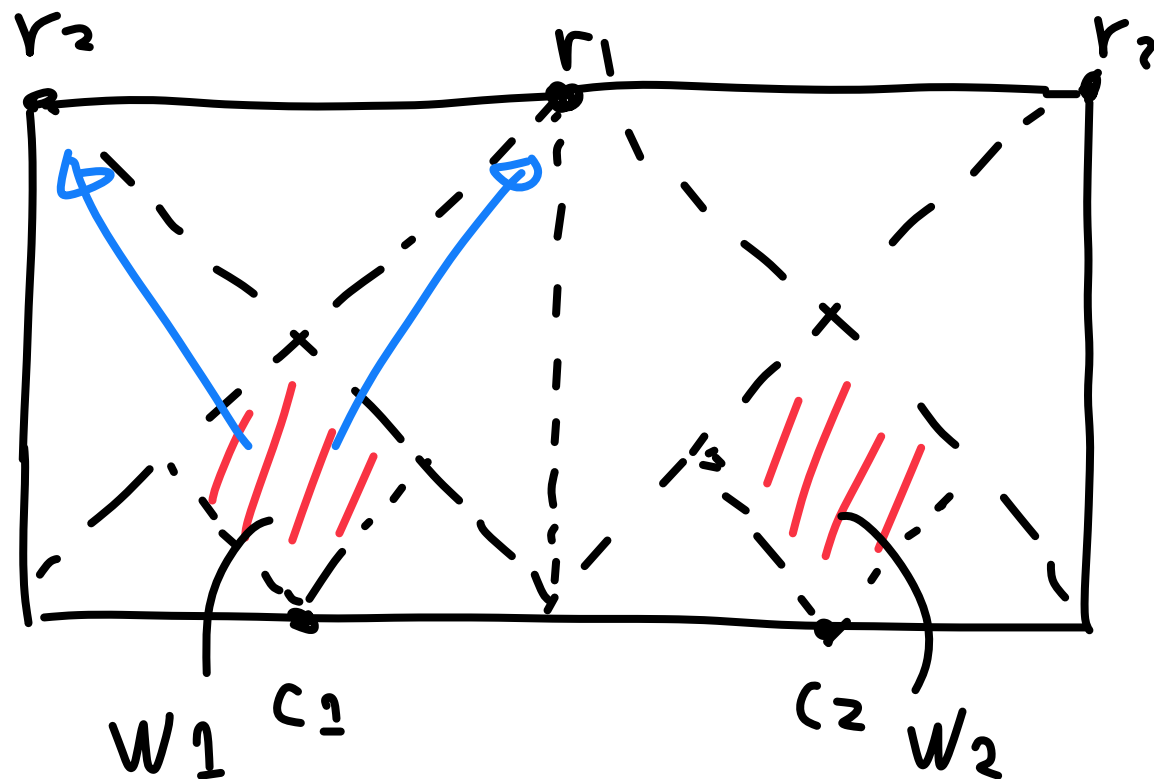
# Scattering $\rightarrow$ エンタングルメント

## 定理 Connected Wedge (May, 2019)

ホログラフィックな Scattering が可能である時

$W_1$  と  $W_2$  は、エンタングルしている

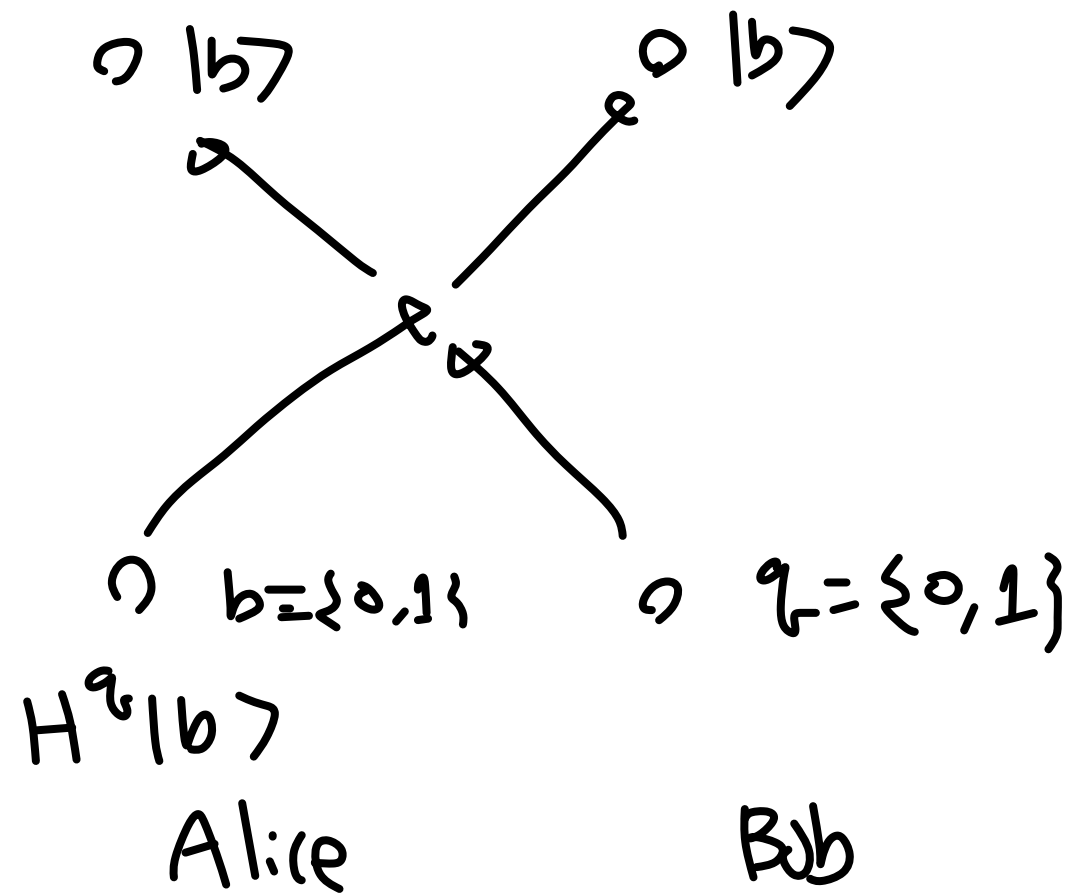
- 2つの証明方法 (量子情報・一般相対論)





# 言正明 1 量子暗号

## B84 プロトコル



- 2人のプレイヤーで行う量子ゲーム

H: ハダマードユニタリー

X軸とZ軸を交換する

$$|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

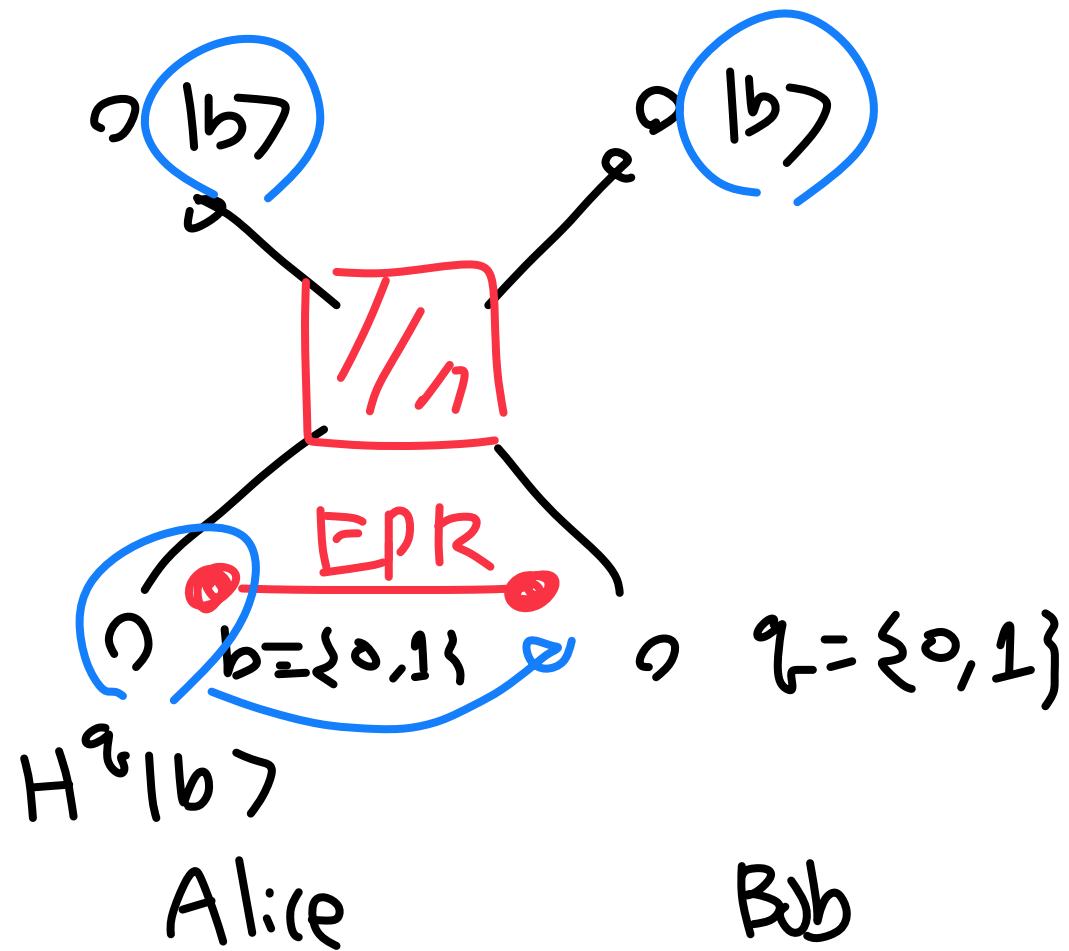
$$|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

- ゴール:  $|b\rangle$  の  $|b\rangle$

- Alice と Bob は、直接出会わないで、このゲームに勝てるか？

# 言正明 1 量子暗号 (つづき)

B84 プロトコル



- もし、EPR pair

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

をシェアしてあげれば、OK.

- Alice の状態をテレポート  
する

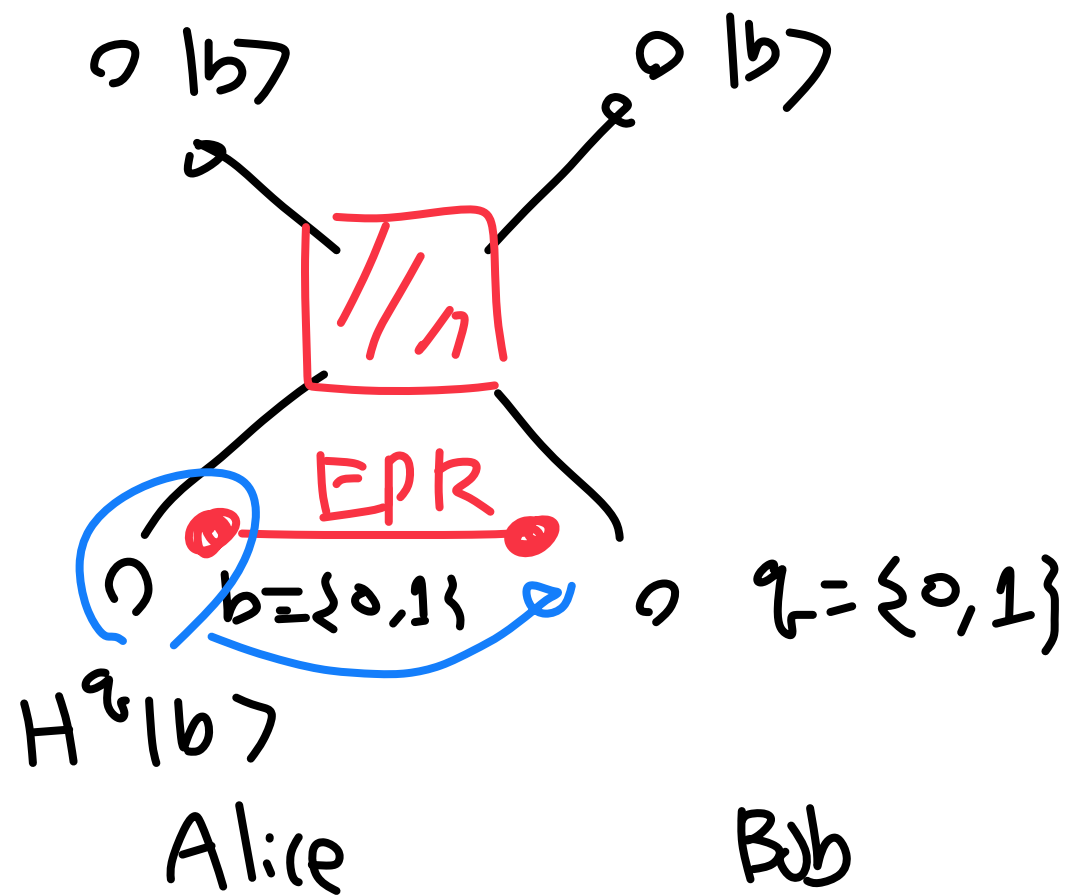
$$P|H^q|b\rangle \quad P=I, X, Y, Z$$

$H^q P H^q |b\rangle$  を作る.

- Bell 測定結果を "シェアあげば" よい。

# 言正明 1 量子暗号 (つづき)

B84 プロトコル



- B84 を行うには,

$I(A, B) \sim O(1)$  が必要.

- もし粒子が  $O(\frac{1}{\epsilon N^a})$   $a < 1$  くらいのエンタングルメントを持っているなら,

$I(A, B) \geq O(\frac{1}{\epsilon N^a})$

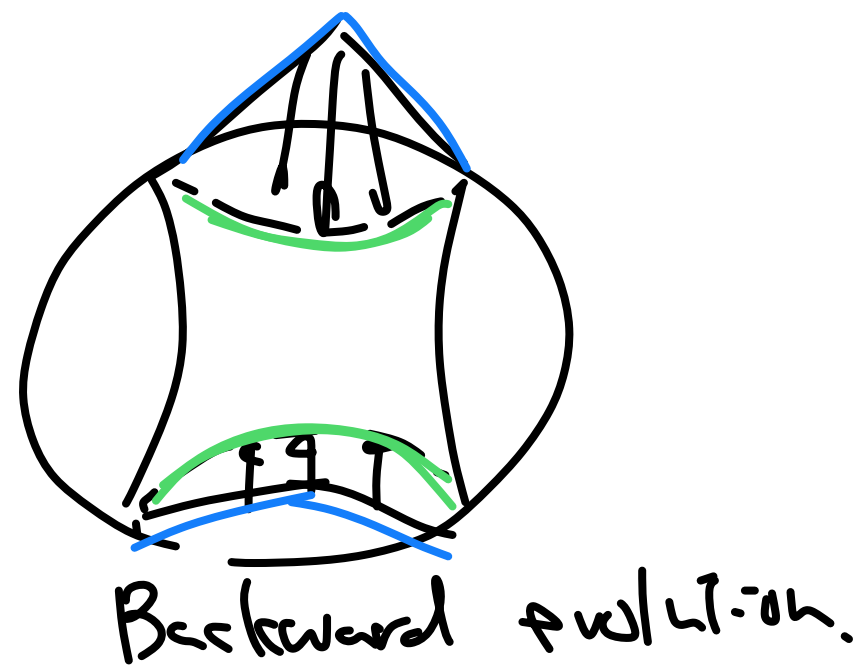
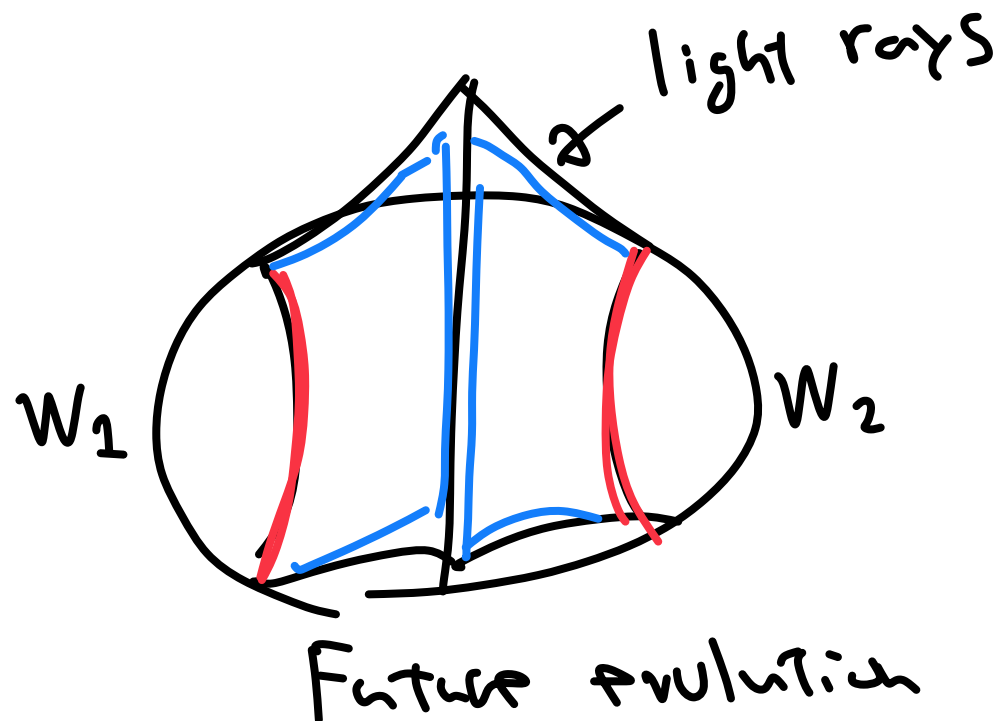
$\Rightarrow$   $W_1$  と  $W_2$  はエンタングルしていないはず.

## 証明 2 (一般相対論) (May-Pennington-Source)

Focusing 仮説 (ホーキングの Area theorem) を用いる。

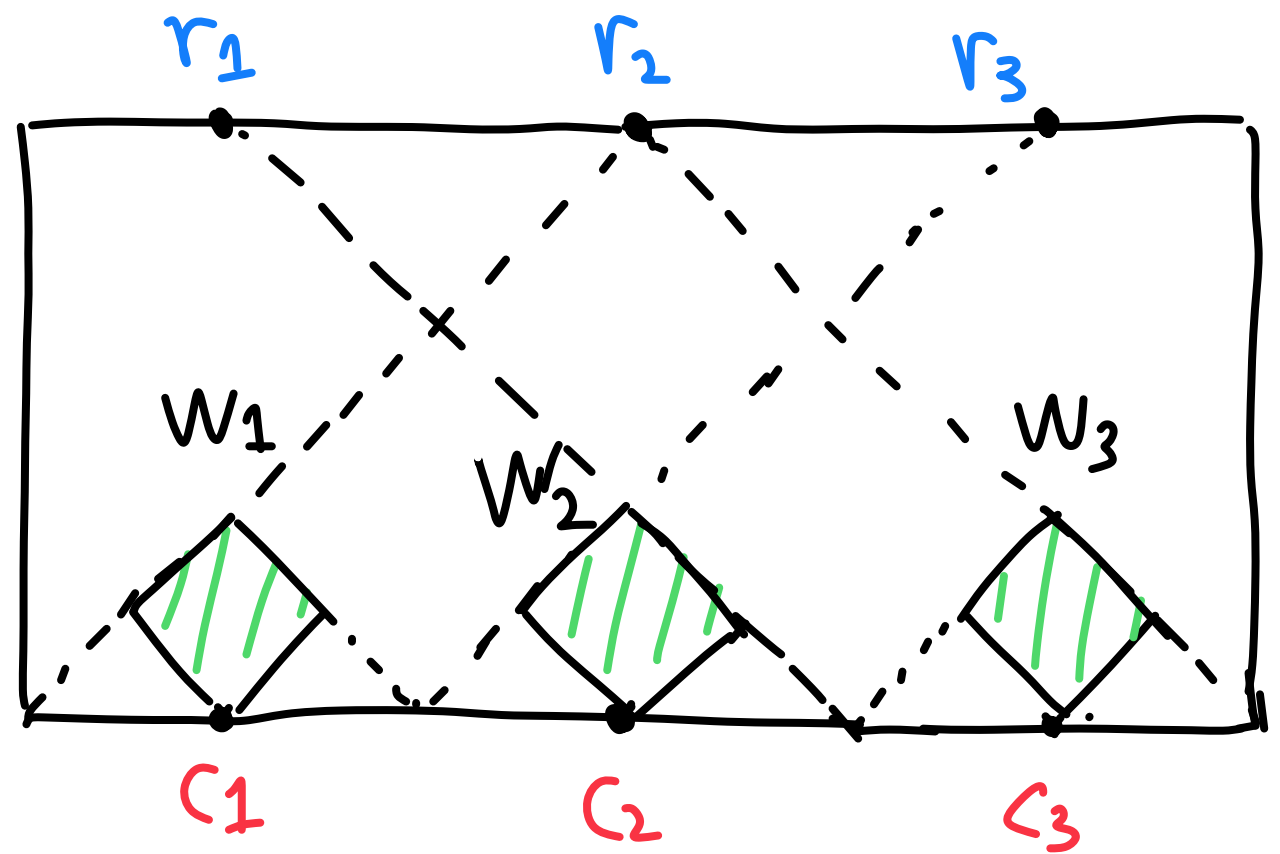
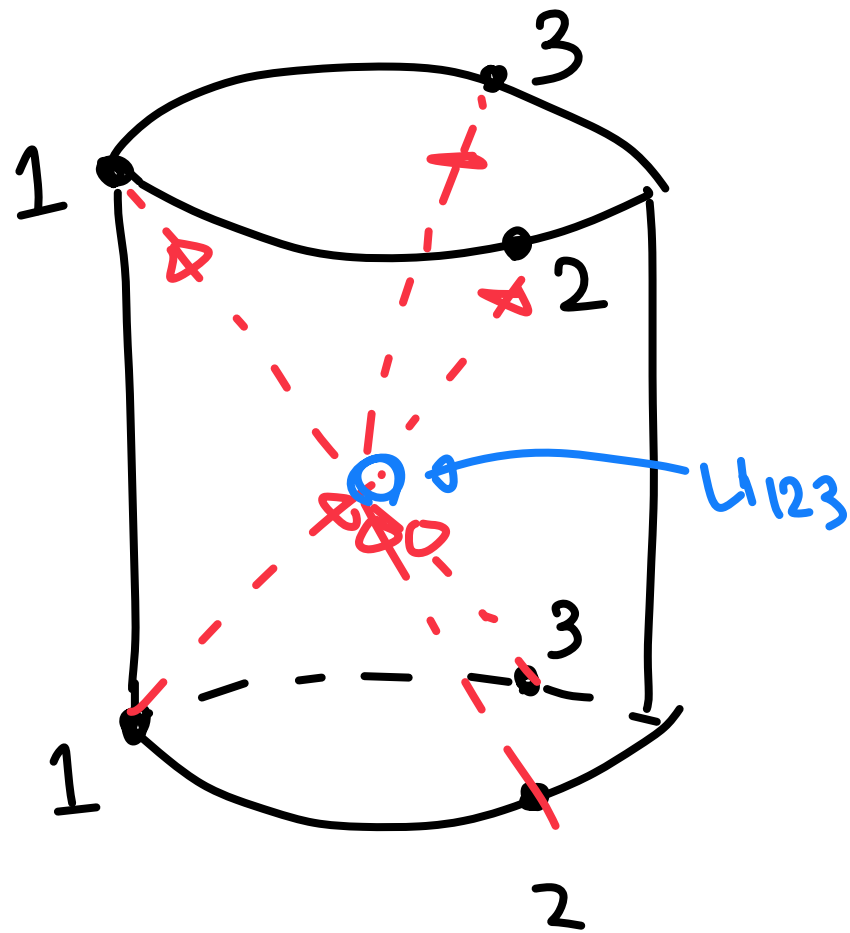
└ エネルギーに関する条件.

もし、 $W_1$  と  $W_2$  が disconnected ならば、Focusing  
を使えば、もっと小さな connected surface を構成  
できてしまう。→ 矛盾



# N 粒子系への拡張 (Max-Source-BY)

$c_1, \dots, c_N \longrightarrow v_1, \dots, v_N \sim () \sim \text{Scattering}$   
が可能な場合,  $w_1, \dots, w_N$  は connected.



$N=3$  の例

# Brane-World (cutoff holography) の拡張

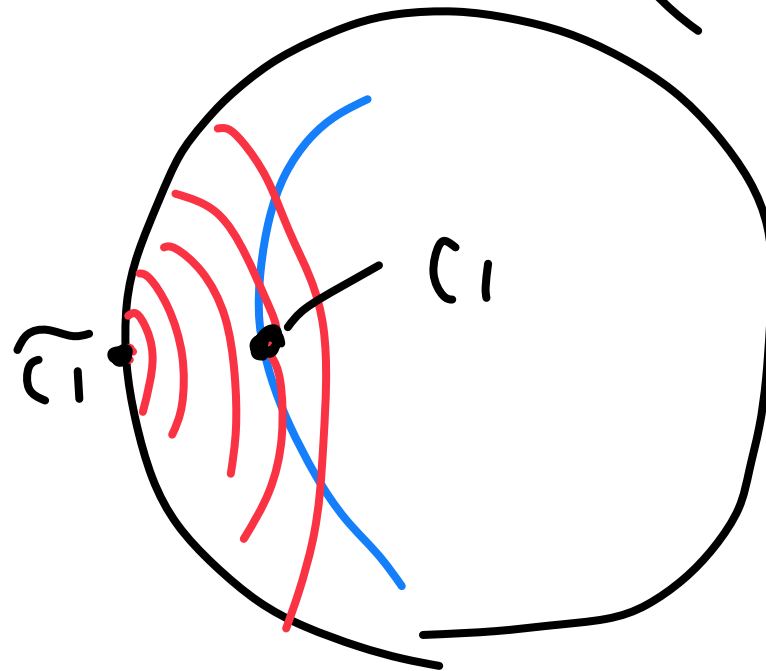
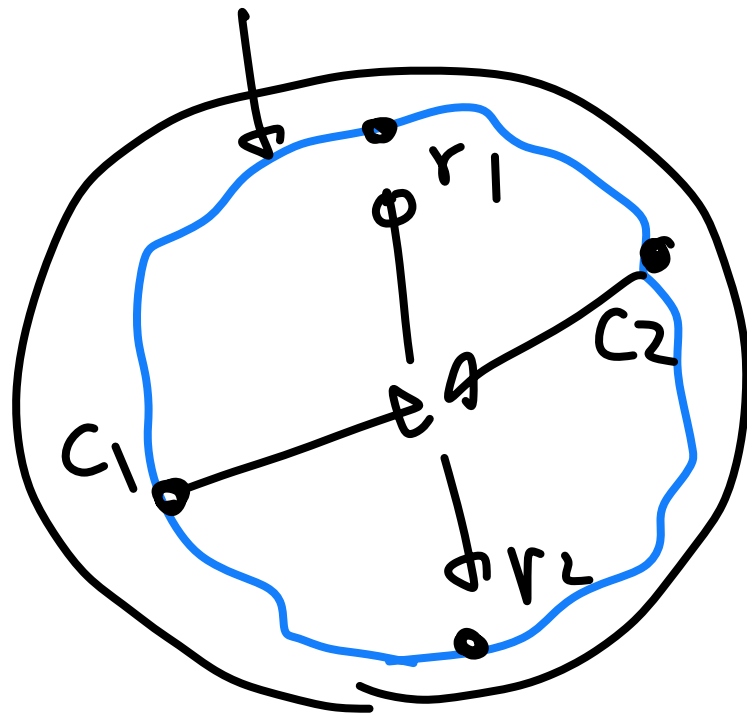
## connected wedge 定理

(Mari-BY 23)

通常の light cone ではなく, Induced light cone を考える必要がある。

↑  
(超光速に  
なってる)

cutoff surface



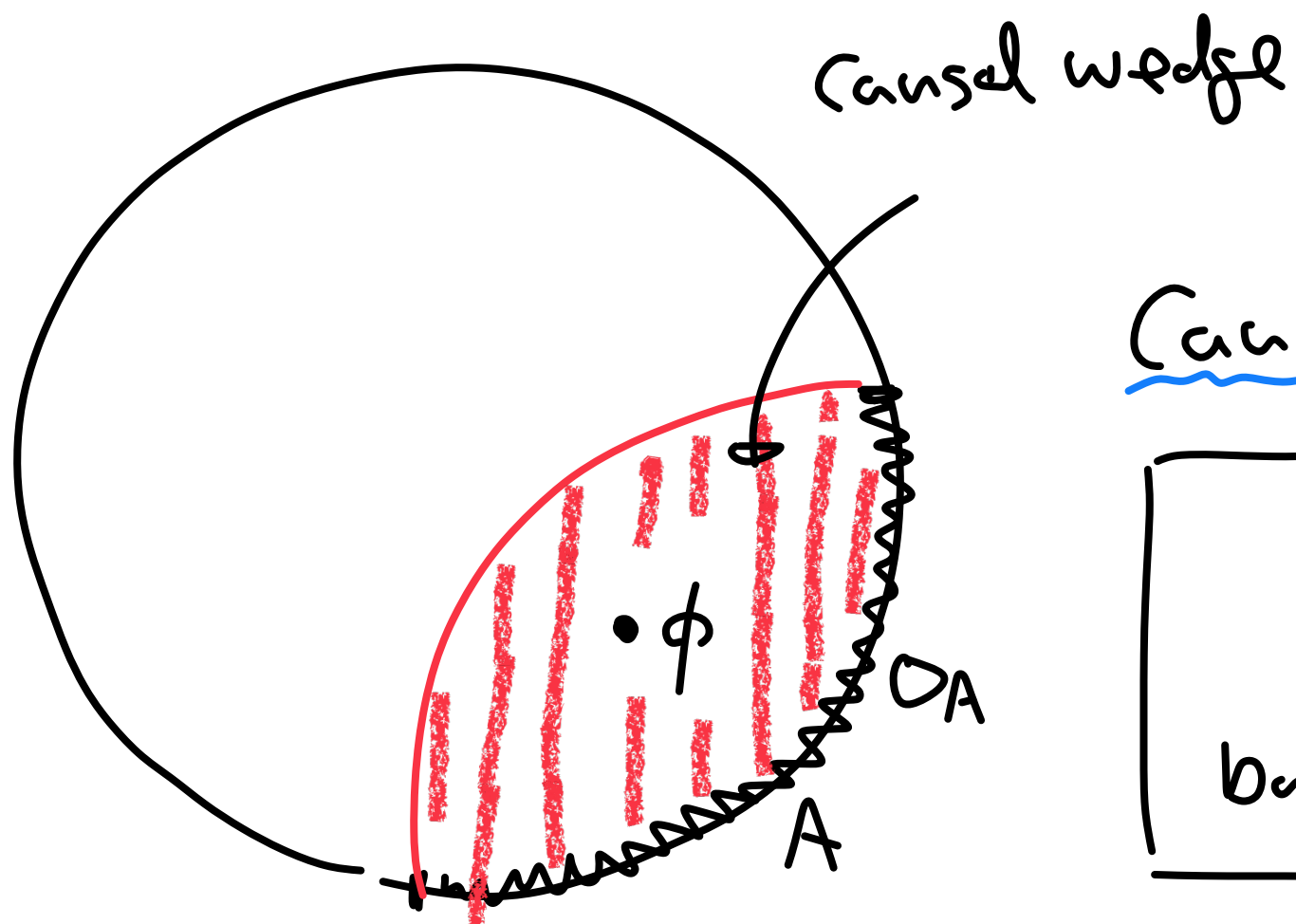
ホロバラフック Scattering

と

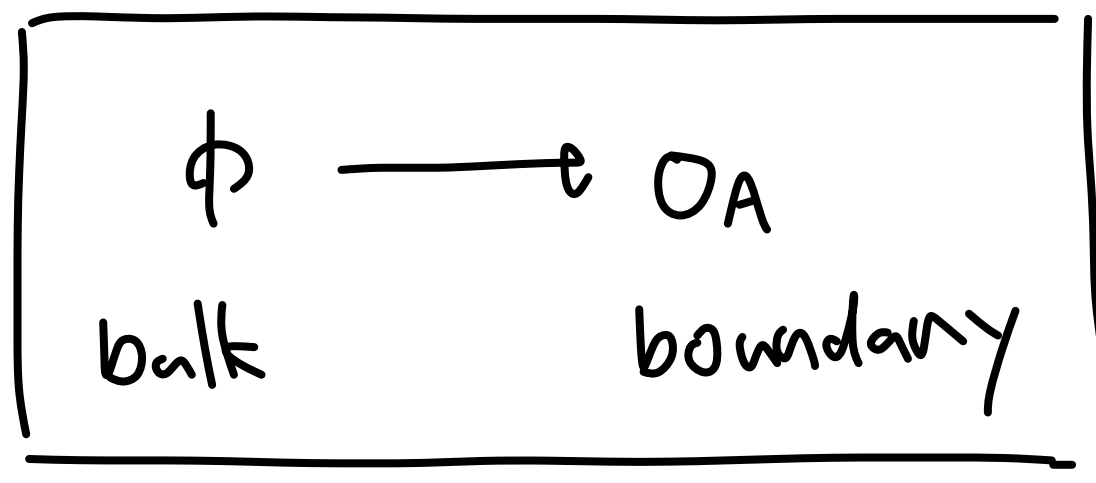
量子あまり訂正の号



# 演算子の Reconstruction



Causal wedge reconstruction

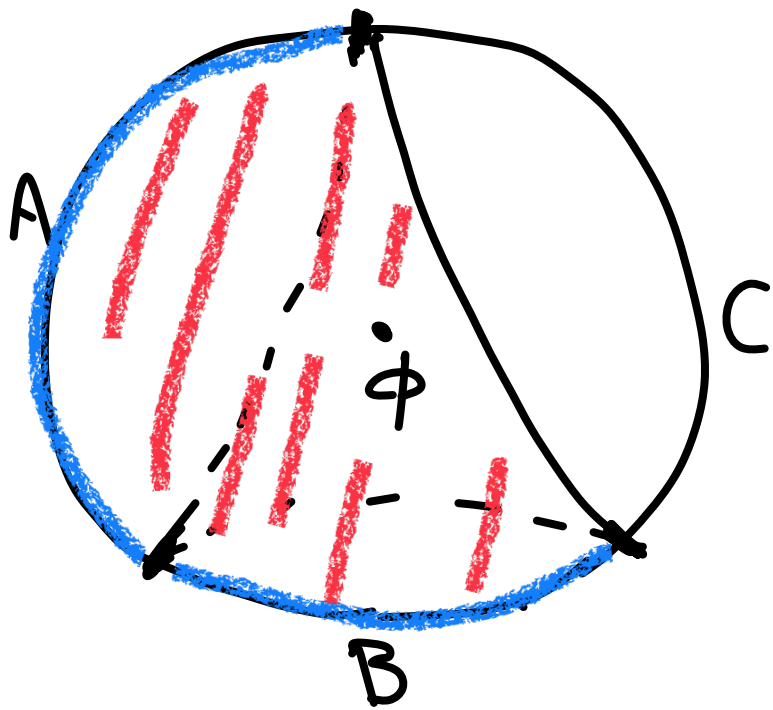




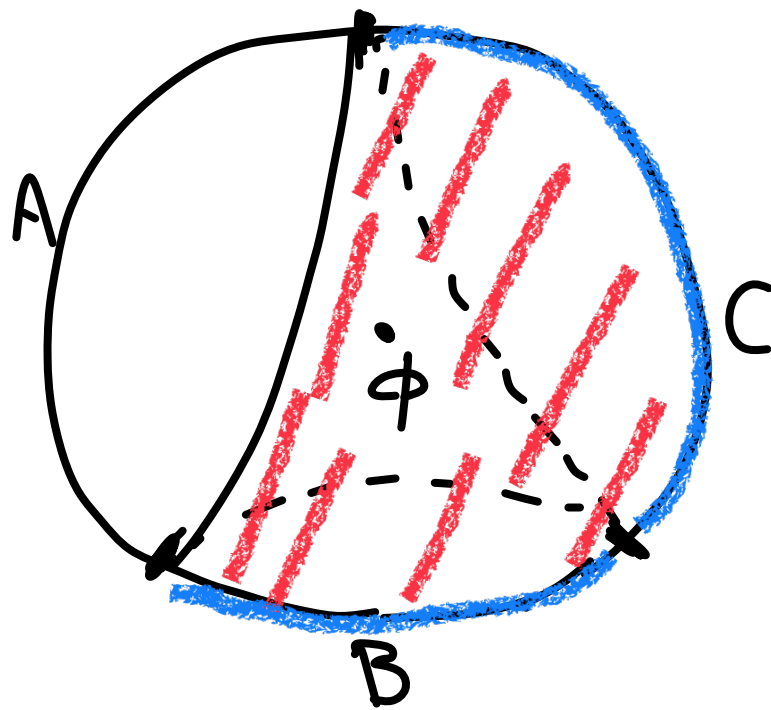
# ホログラフィックな量子コード

$\phi \longrightarrow O_{AB}, O_{BC}, O_{CA}$  (すべて、同値な表現)

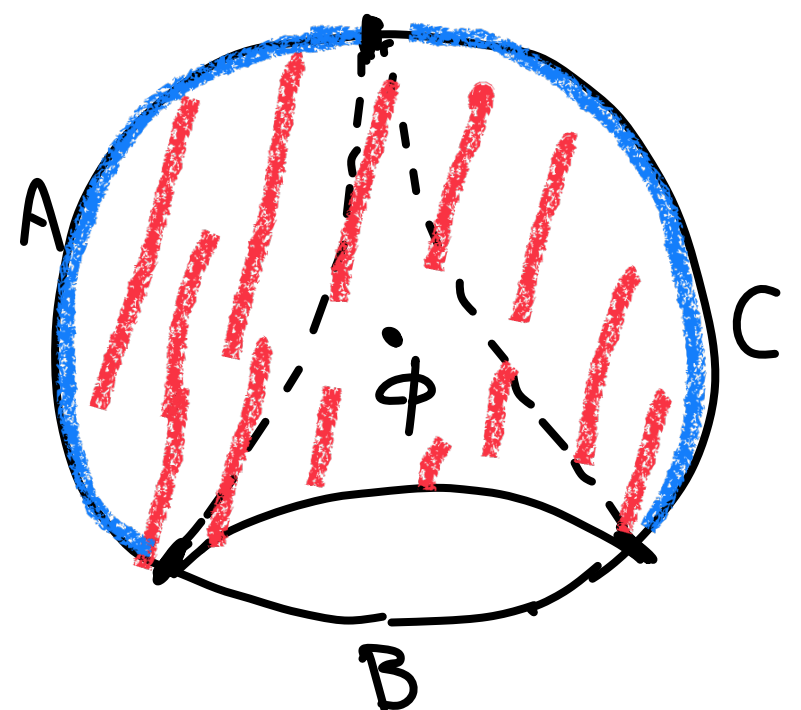
A, B, C のうち、一つ部分系を失っても OK



$O_{AB}$

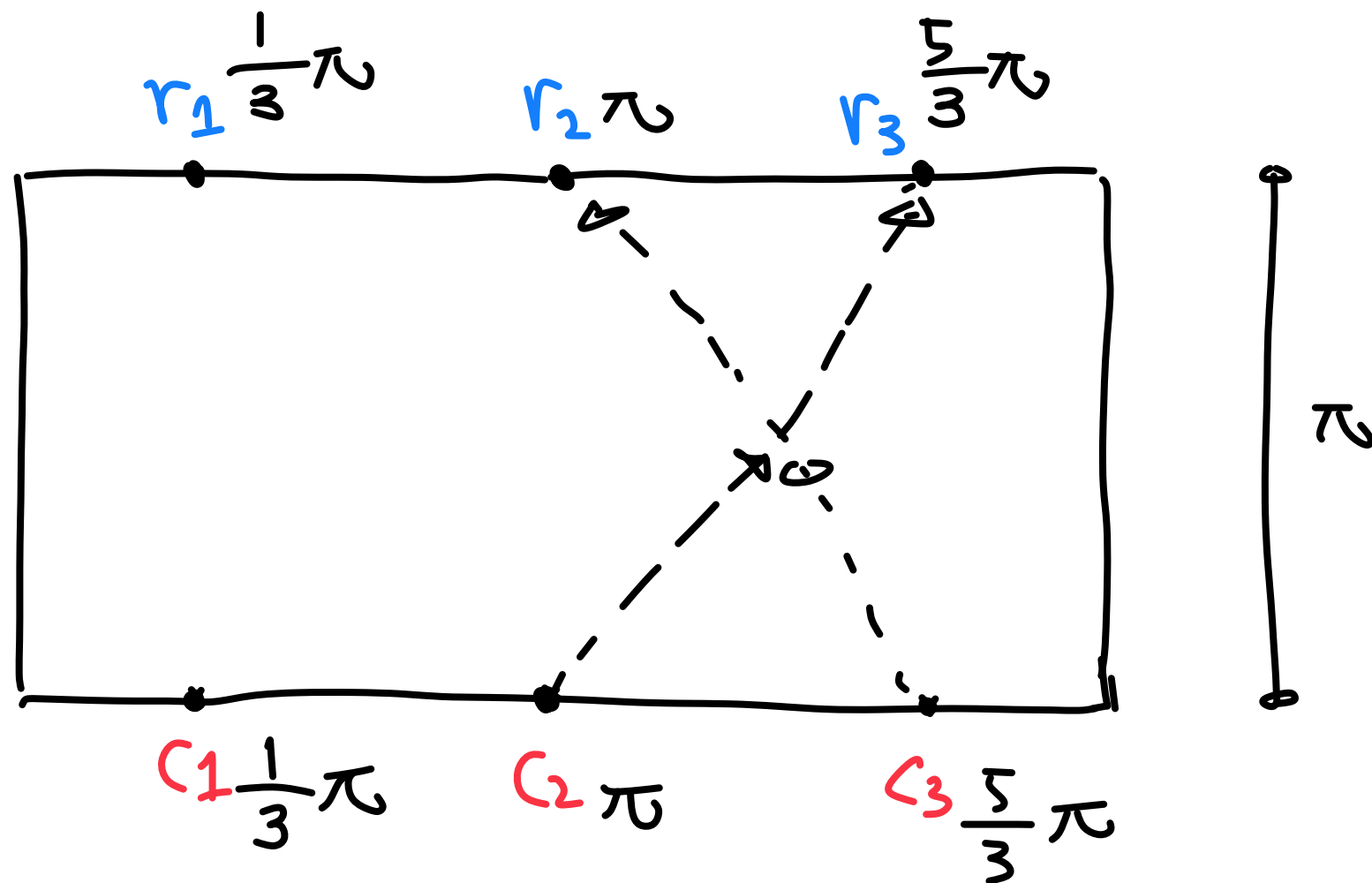
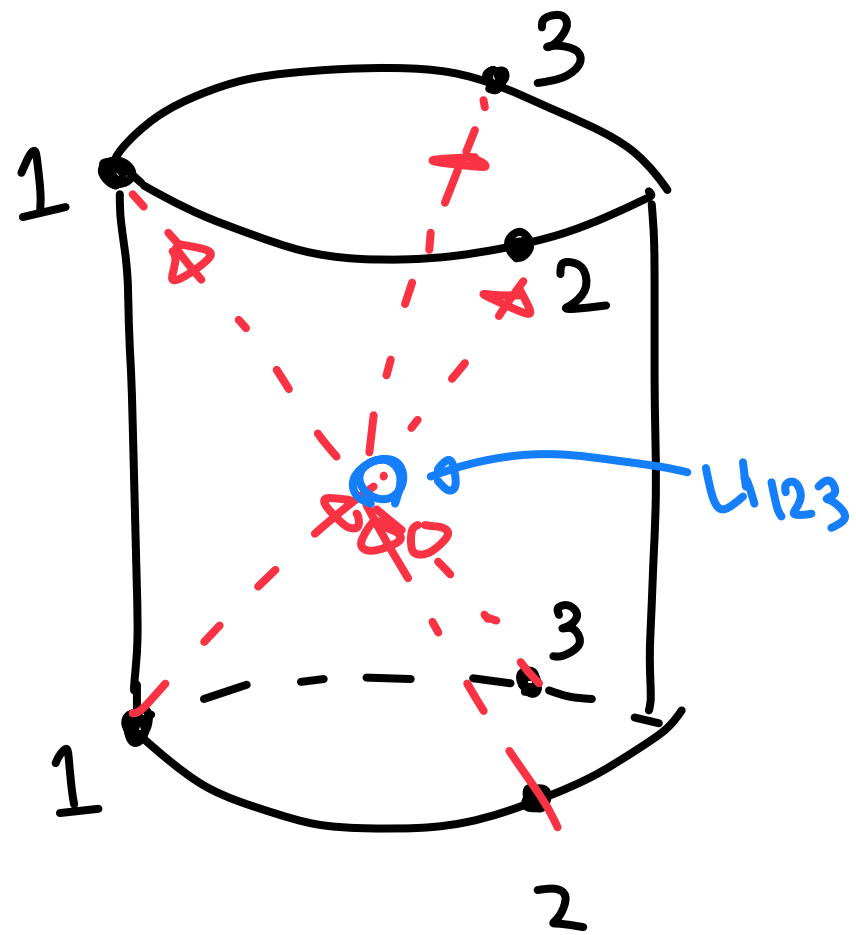


$O_{BC}$

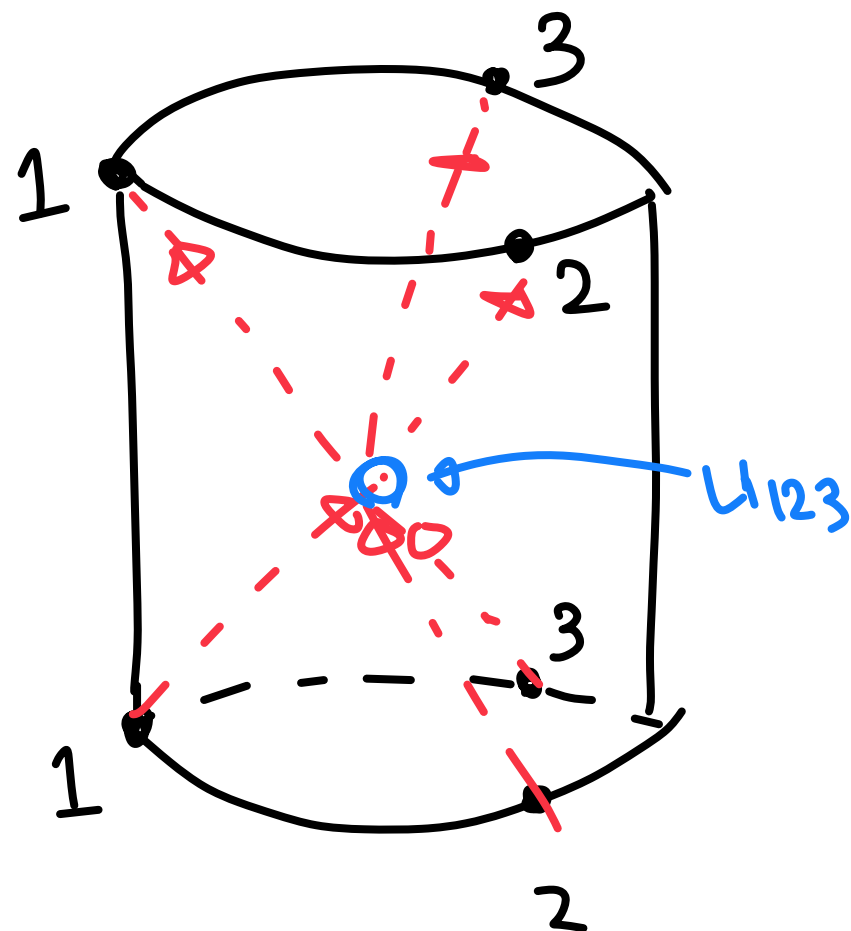


$O_{CA}$

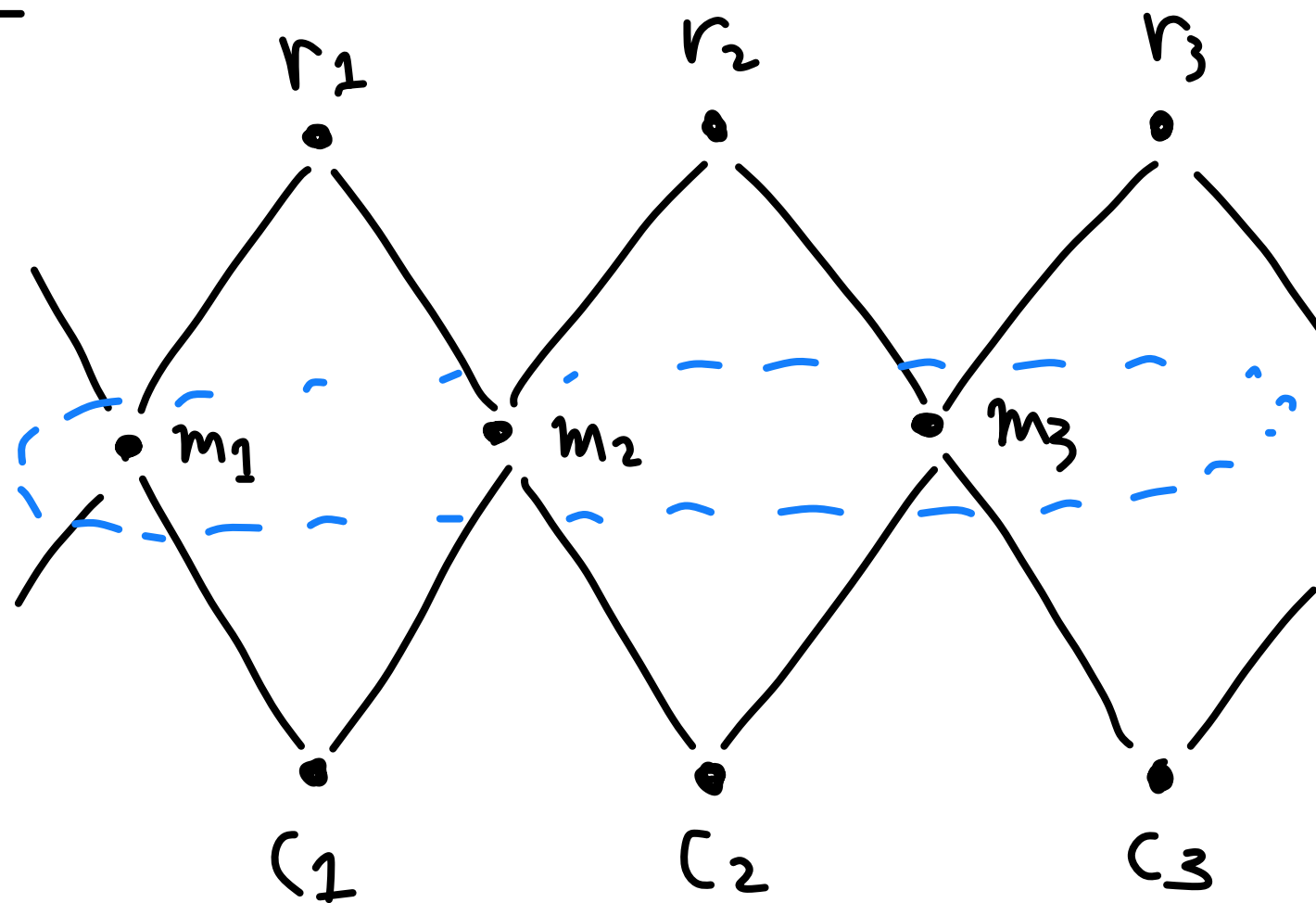
# 3 粒子の Scattering



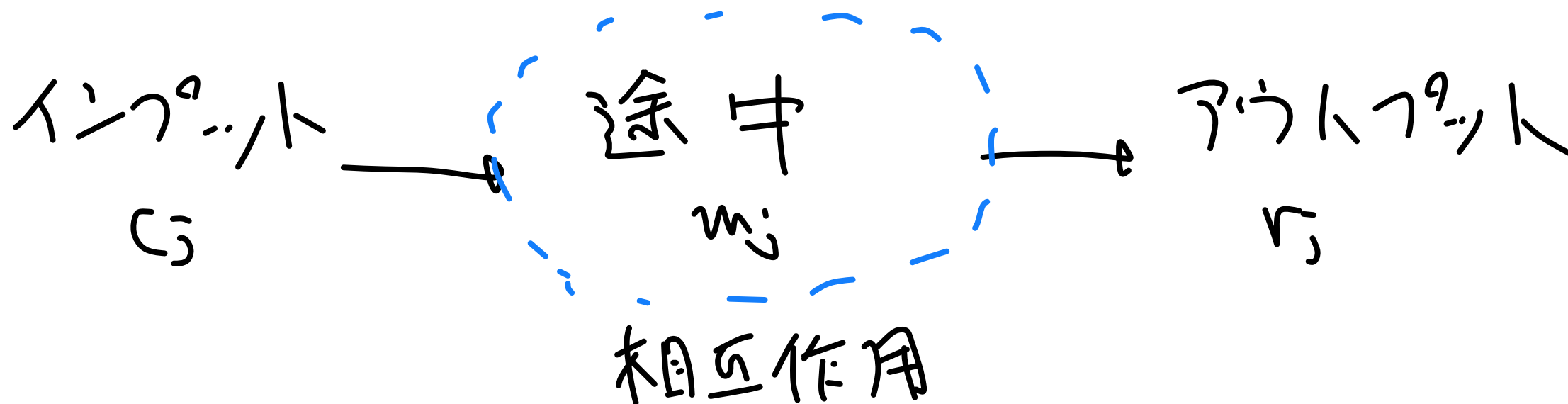
# Boundary Causality



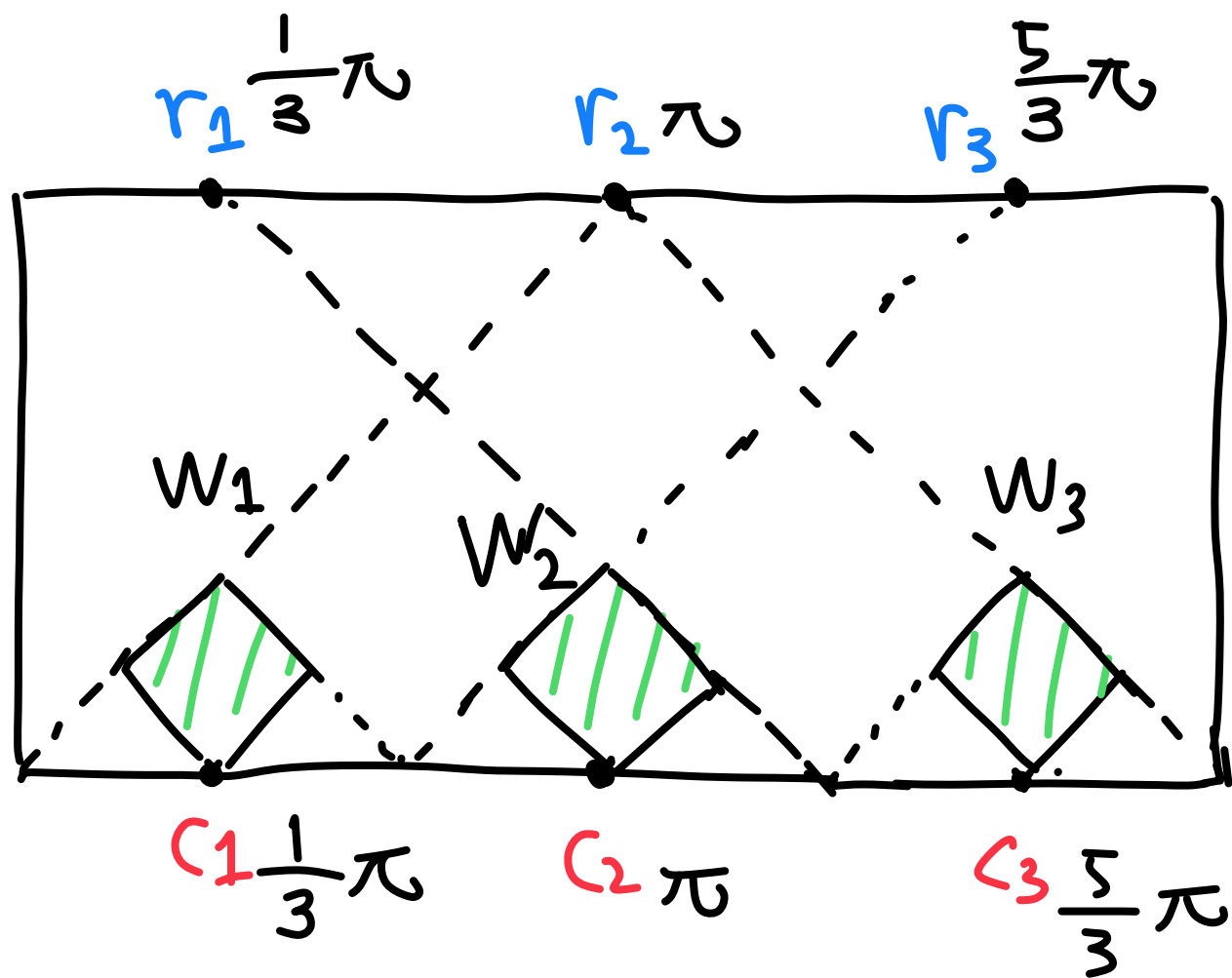
balk



量子コード boundary



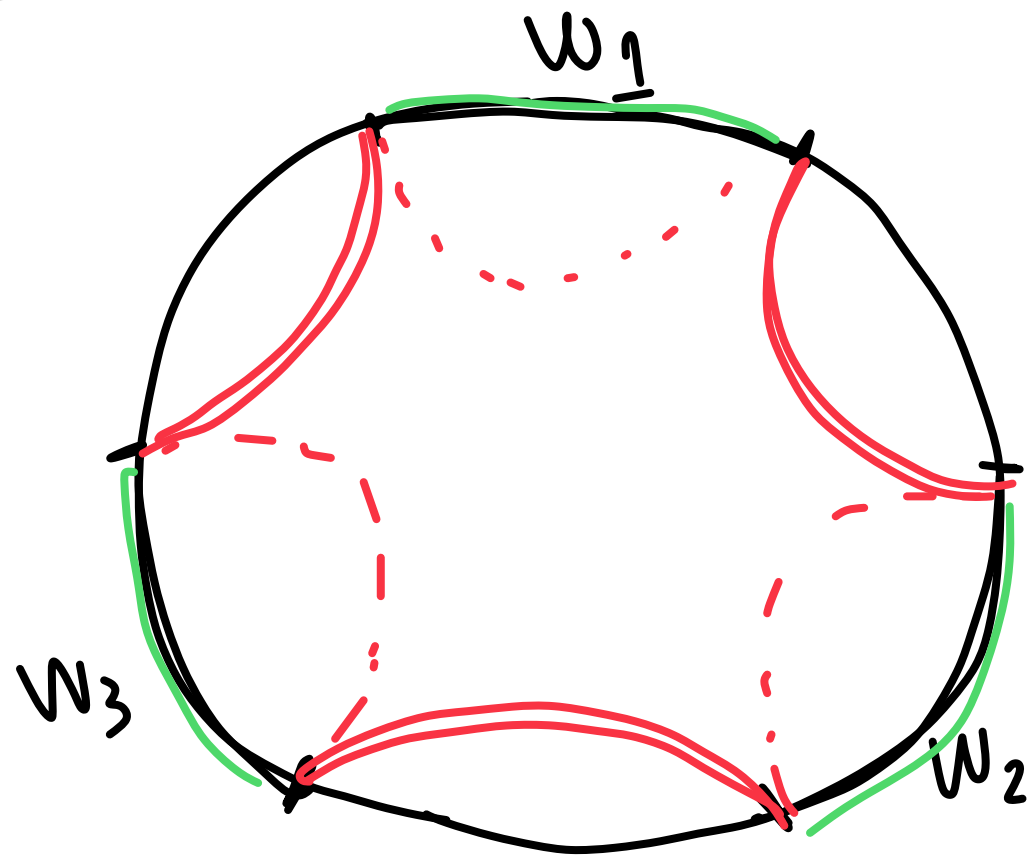
# 3つのWedgeのインタンガブルメント



どのように  
インタンガブルしている  
のか？

$$W_2 \equiv J_-(r_1) \cap J_-(r_2) \cap J_-(r_3) \cap J_+(c_2)$$

# タタ体 インタングルメント

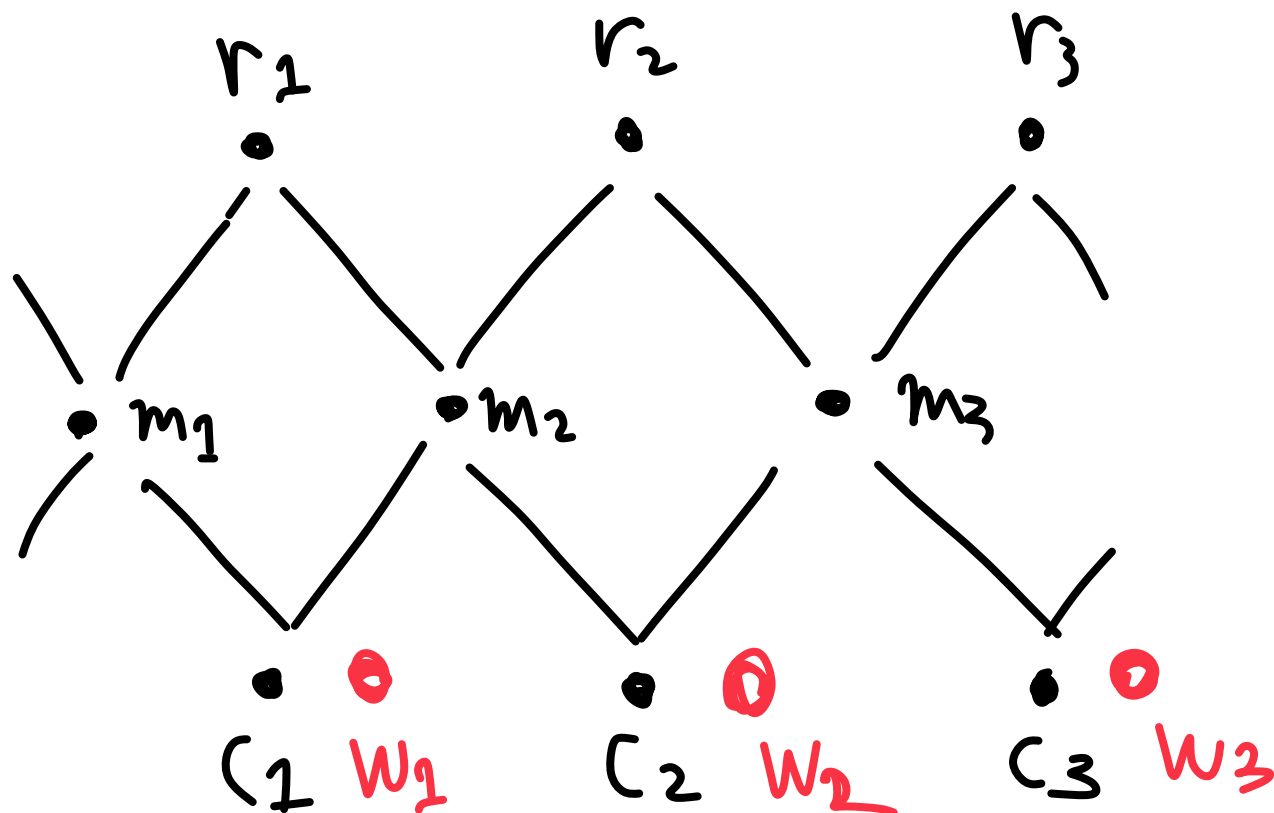


- $I(w_1, w_2 w_3) = O(\frac{1}{G_N})$

- $I(w_1, w_2) \simeq 0$

“EPR pair”ではない。

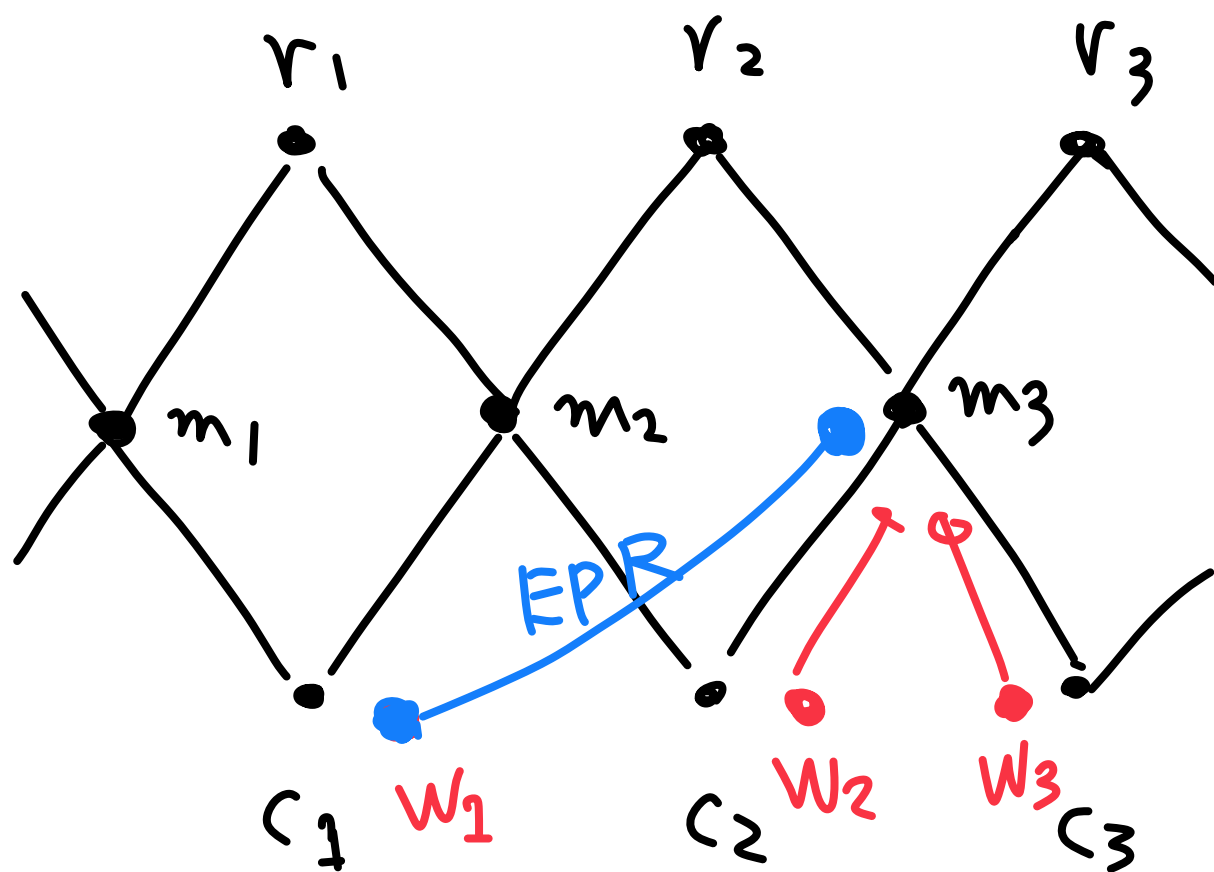
→ テレポーテーションは  
使えない。



# 異なる時間のスライスでのエンタングルメント

$C_1$  と  $m_3$  に EPR pair を用意できる.

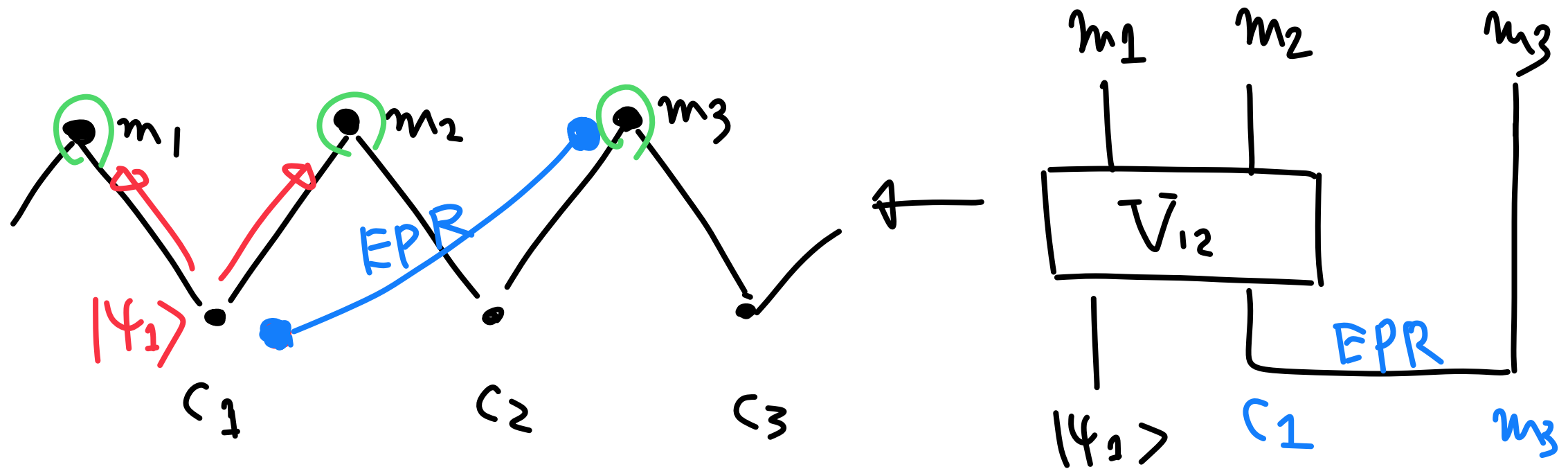
$C_1$   $\rightarrow$   $m_1, m_2, m_3$  の量子エンコードが可能.



EPR pair

$$I(W_1, W_2 W_3) = O\left(\frac{1}{G_N}\right)$$

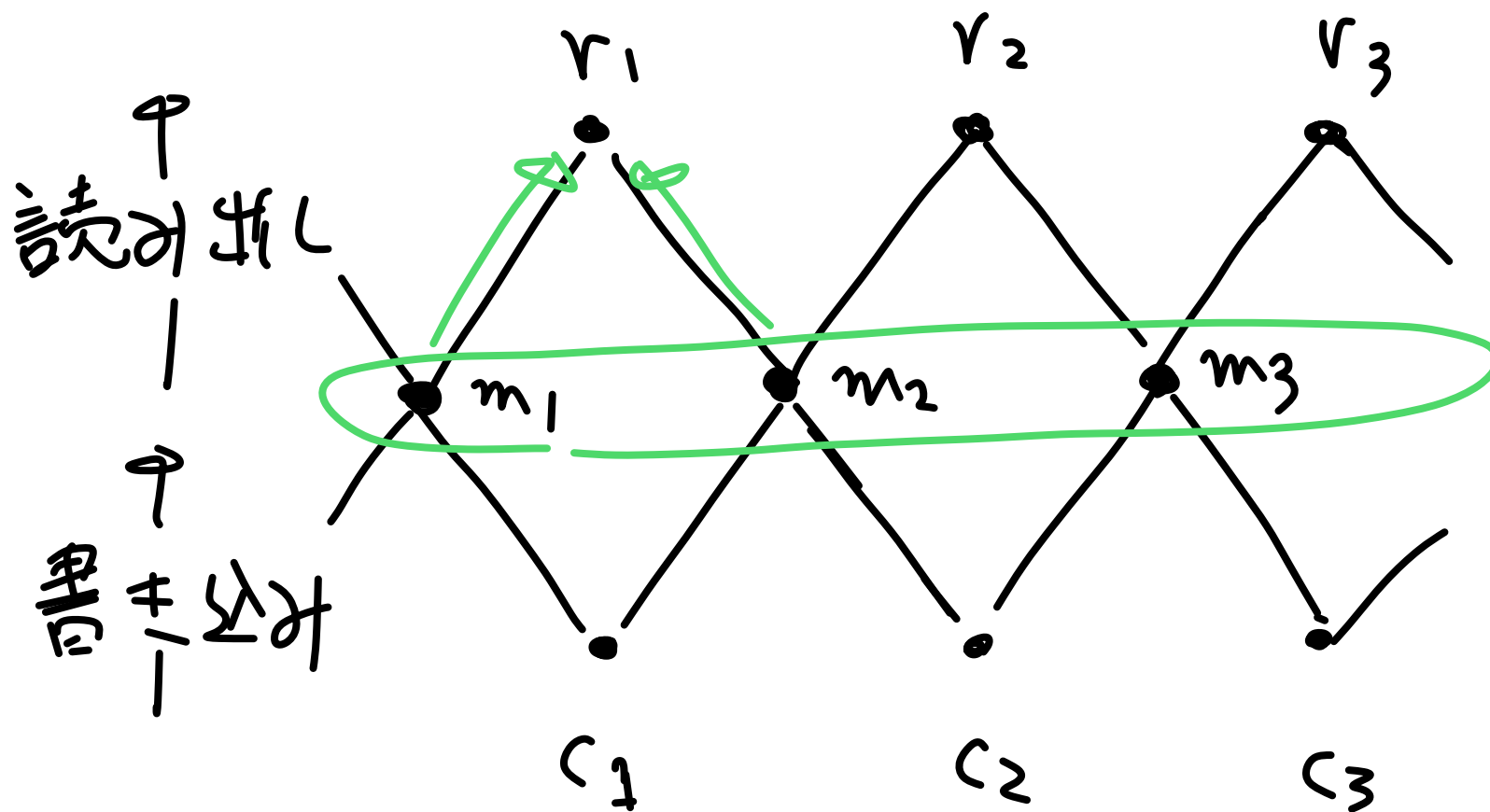
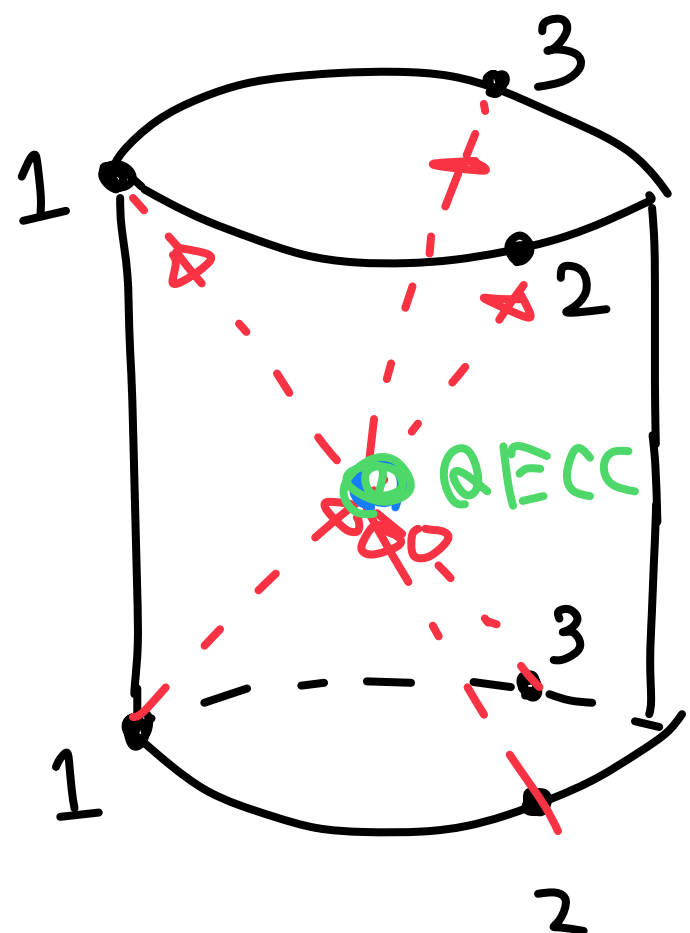
# エンタングルメントを用いた、非局所エンコード



- $V_{12}$  は,  $m_3$  に作用しないでも OK
- グラフホールの話に対して, Hayden-Preskill 思考実験も同様のメカニズムを使っている。



# 情報の書き込みと読み出し

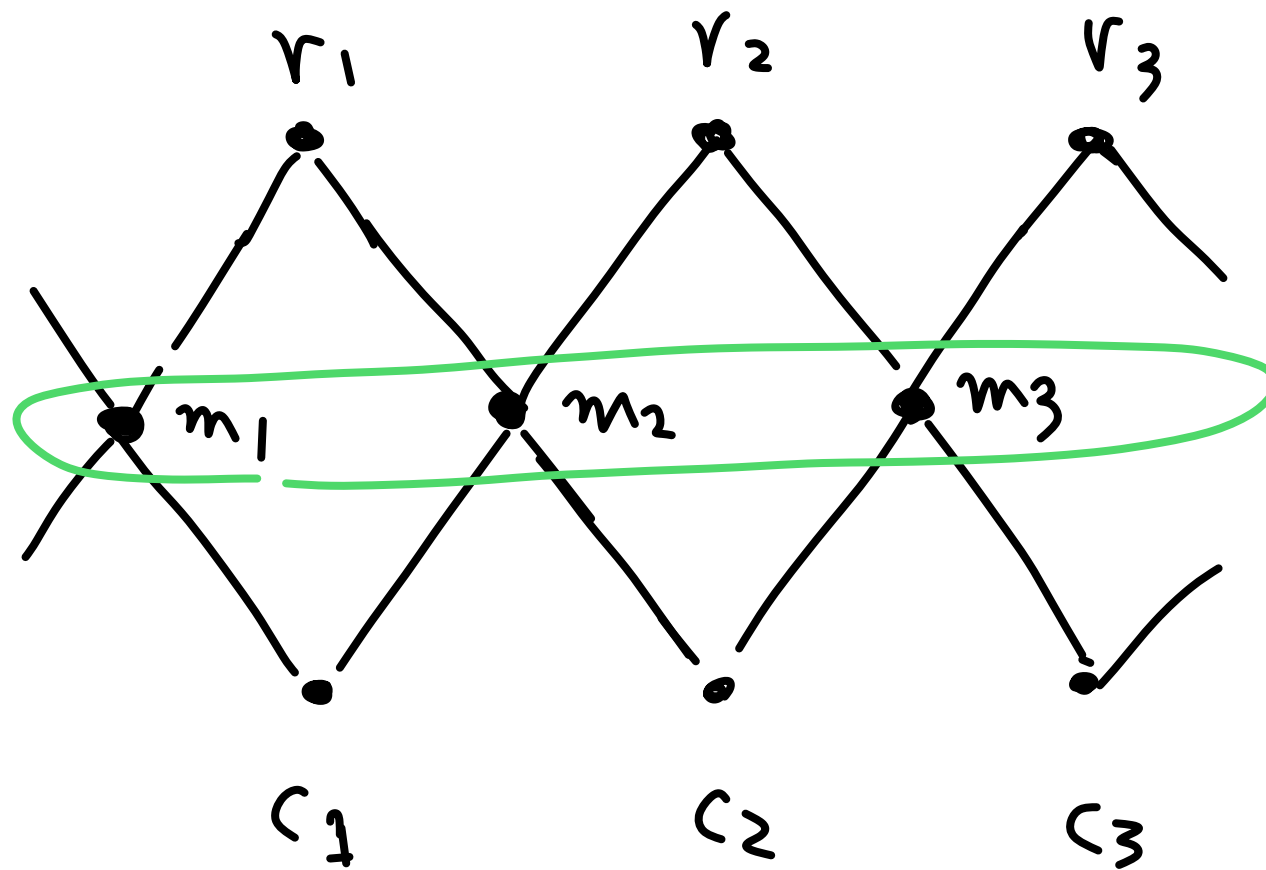


- $r_1$  は,  $m_1$  と  $m_2$  にアクセスできる。

(2部分系で情報の再構成は可能.)



# 量子コードにおける相互作用



"Logical operators"

# 主な結果

1). Clifford 演算子 は、可能

2). Phase gate (2-q) も可能

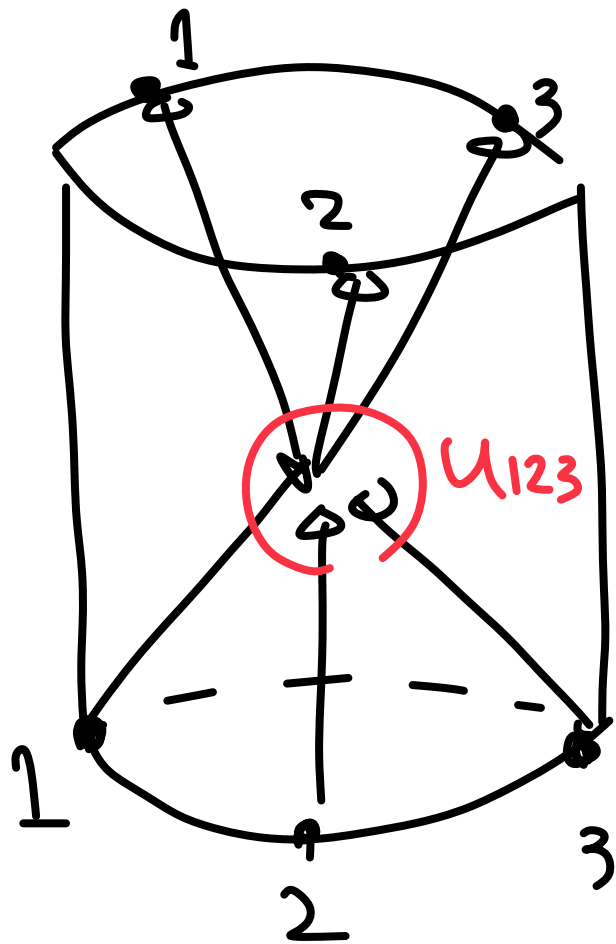
$$U |a, b, c\rangle = \exp[i(g_{ab} a b + g_{bc} b c + g_{ca} c a)] |a, b, c\rangle$$

3) B84 も可能

4) 一般的な場合は、まだ分らない。

まゝ めて 展望

- 相互作用は、量子コードにはよって  
logical operators から来ている？
- 量子コードの書き込みには、エンタングルメントが必要。



# 量子計算との類似点

